МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный экономический университет»

Одобрена на заседании кафедры 27.12.2019 г. протокол № 3 Зав. кафедрой Стариков Е.Н.	**Утверждена** Советом по учебно-методическим вопросам и качеству образования 15 января 2020 г. протокол № 5 Председатель ____________ Карх Д.А. *(подпись)*

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины	Уравнения математической физики
Направление подготовки	02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем
Профиль	Разработка и администрирование информационных систем
Форма обучения	очная
Год набора	2020

Разработана:
Доцент,к.ф.м.н.
Шитиков С.А.

Екатеринбург
2020 г.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Рабочая программа дисциплины является частью основной профессиональной образовательной программы высшего образования - программы бакалавриата, разработанной в соответствии с ФГОС ВО

ФГОС ВО	Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем (уровень бакалавриата) (приказ Минобрнауки России от 23.08.2017г. №809)
ПС	

1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

- воспитание математической культуры как составной части общекультурных ценностей человека;
- получение теоретических и практических знаний по методам методов математических наук при решении профильных задач;
- формирование навыков решения типовых задач, связанных с использованием математического аппарата уравнений математической физики.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина относится к базовой части учебного плана.

3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Промежуточный контроль	Часов					З.е.
	Всего за семестр	Контактная работа .(по уч.зан.)			Самостоятельная работа в том числе подготовка контрольных и курсовых	
		Всего	Лекции	Практические занятия, включая курсовое проектирование		
Семестр 6						
Зачет с оценкой	144	54	18	36	90	4

4.ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ОПОП

В результате освоения ОПОП у выпускника должны быть сформированы компетенции, установленные в соответствии ФГОС ВО.

Общепрофессиональные компетенции (ОПК)

Шифр и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенций

ОПК-2 Способен применять современный математический аппарат, связанный с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности	ИД-1.ОПК-2 Знать: математические основы программирования и языков программирования, организации баз данных и компьютерного моделирования; математические методы оценки качества, надежности и эффективности программных продуктов; математические методы организации информационной безопасности при разработке и эксплуатации программных продуктов и программных. Уметь: выбирать современные информационные технологии и программные средства, в том числе отечественного производства при решении задач профессиональной деятельности. Иметь навыки: применения современных информационных технологий и программных средств, в том числе отечественного
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИД-1.ОПК-1 Знать: обладать базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. Уметь: использовать их в профессиональной деятельности. Иметь навыки: теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.

5. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

Тема	Часов						
	Наименование темы	Всего часов	Контактная работа .(по уч.зан.)			Самост. работа	Контроль самостоятельной работы
			Лекции	Лабораторные	Практические занятия		
Семестр 6		38					
Тема 1.	Линейные дифференциальные уравнения в частных производных, их классификация	14	2		2	10	
Тема 2.	Замена независимых переменных в уравнениях II порядка с двумя переменными. Характеристическое уравнение	24	3		6	15	
Семестр 6		106					
Тема 3.	Волновое уравнение. Задача Коши для волнового уравнения. Метод Даламбера решения волнового	37	5		12	20	
Тема 4.	Метод Фурье для уравнений колебания струны	39	4		10	25	
Тема 5.	Уравнение теплопроводности. Задача Коши для уравнения	30	4		6	20	

6. ФОРМЫ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ШКАЛЫ ОЦЕНИВАНИЯ

Раздел/Тема	Вид оценочного средства	Описание оценочного средства	Критерии оценивания
Текущий контроль (Приложение 4)			

Классификация ЛДУЧП. Решение задачи Коши для простейших ЛДУЧП	аудиторная контрольная работа (Приложение 4)	5 вариантов контрольной с двумя задачами	Правильность хода решения задачи и точность ответов (максимально по 10 баллов за задачу)
Решение смешанных задач методом Фурье	аудиторная контрольная работа (Приложение 4)	6 вариантов контрольной с одной задачами	Правильность хода решения задачи и точность ответов (максимально по 20 баллов)
Промежуточный контроль (Приложение 5)			
6 семестр (ЗаО)	Экзаменационный билет (Приложение 5)	билет, содержащий теоретический вопрос и две задачи	Правильность и полнота изложения теорвопроса (максимально 10 баллов), Правильность хода решения задач и точность ответов (максимально 20 баллов за задачу)

ОПИСАНИЕ ШКАЛ ОЦЕНИВАНИЯ

Показатель оценки освоения ОПОП формируется на основе объединения текущей и промежуточной аттестации обучающегося.

Показатель рейтинга по каждой дисциплине выражается в процентах, который показывает уровень подготовки студента.

Текущая аттестация. Используется 100-балльная система оценивания. Оценка работы студента в течении семестра осуществляется преподавателем в соответствии с разработанной им системой оценки учебных достижений в процессе обучения по данной дисциплине.

В рабочих программах дисциплин и практик закреплены виды текущей аттестации, планируемые результаты контрольных мероприятий и критерии оценки учебный достижений.

В течение семестра преподавателем проводится не менее 3-х контрольных мероприятий, по оценке деятельности студента. Если посещения занятий по дисциплине включены в рейтинг, то данный показатель составляет не более 20% от максимального количества баллов по дисциплине.

Промежуточная аттестация. Используется 5-балльная система оценивания. Оценка работы студента по окончанию дисциплины (части дисциплины) осуществляется преподавателем в соответствии с разработанной им системой оценки достижений студента в процессе обучения по данной дисциплине. Промежуточная аттестация также проводится по окончанию формирования компетенций.

Порядок перевода рейтинга, предусмотренных системой оценивания, по дисциплине, в пятибалльную систему.

Высокий уровень – 100% - 70% - отлично, хорошо.

Средний уровень – 69% - 50% - удовлетворительно.

Показатель оценки	**По 5-балльной системе**	**Характеристика показателя**
100% - 85%	отлично	обладают теоретическими знаниями в полном объеме, понимают, самостоятельно умеют применять, исследовать, идентифицировать, анализировать, систематизировать, распределять по категориям, рассчитать показатели, классифицировать, разрабатывать модели, алгоритмизировать, управлять, организовать, планировать процессы исследования, осуществлять оценку результатов на высоком уровне
84% - 70%	хорошо	обладают теоретическими знаниями в полном объеме, понимают, самостоятельно умеют применять, исследовать, идентифицировать, анализировать, систематизировать, распределять по категориям, рассчитать показатели, классифицировать, разрабатывать модели, алгоритмизировать, управлять, организовать, планировать процессы исследования, осуществлять оценку результатов. Могут быть допущены недочеты, исправленные студентом самостоятельно в процессе работы (ответа и т.д.)
69% - 50%	удовлетворительно	обладают общими теоретическими знаниями, умеют применять, исследовать, идентифицировать, анализировать, систематизировать, распределять по категориям, рассчитать показатели, классифицировать, разрабатывать модели, алгоритмизировать, управлять, организовать, планировать процессы исследования, осуществлять оценку результатов на среднем уровне. Допускаются ошибки, которые студент затрудняется исправить самостоятельно.
49 % и менее	неудовлетворительно	обладают не полным объемом общих теоретическими знаниями, не умеют самостоятельно применять, исследовать, идентифицировать, анализировать, систематизировать, распределять по категориям, рассчитать показатели, классифицировать, разрабатывать модели, алгоритмизировать, управлять, организовать, планировать процессы исследования, осуществлять оценку результатов. Не сформированы умения и навыки для решения
100% - 50%	зачтено	характеристика показателя соответствует «отлично», «хорошо», «удовлетворительно»
49 % и менее	не зачтено	характеристика показателя соответствует «неудовлетворительно»

7. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1. Содержание лекций

Тема 1. Линейные дифференциальные уравнения в частных производных, их классификация Канонический вид линейных дифференциальных уравнений (ЛДУ) с частными производными II порядка. Классификация ЛДУ с частными производными II порядка
Тема 2. Замена независимых переменных в уравнениях II порядка с двумя переменными. Характеристическое уравнение Замена независимых переменных в уравнениях II порядка с двумя переменными. Характеристическое уравнение Решение задачи Коши для простейших ЛДУ с частными производными II порядка
Тема 3. Волновое уравнение. Задача Коши для волнового уравнения. Метод Даламбера решения волнового уравнения Вывод уравнения колебаний струны. Задача Коши. Метод Даламбера решения волнового уравнения. Пространственно-временная интерпретация формулы Даламбера
Тема 4. Метод Фурье для уравнений колебания струны Решение краевых задач для волнового уравнения методом Фурье. Задача Штурма-Лиувилля.
Тема 5. Уравнение теплопроводности. Задача Коши для уравнения теплопроводности Задача Коши для уравнения теплопроводности. Формула Пуассона. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности.

7.2 Содержание практических занятий и лабораторных работ

Тема 1. Линейные дифференциальные уравнения в частных производных, их классификация Гиперболический тип уравнения II порядка.
Тема 2. Замена независимых переменных в уравнениях II порядка с двумя переменными. Характеристическое уравнение Замена независимых переменных в уравнениях II порядка с двумя переменными. Характеристическое уравнение Решение задачи Коши для простейших ЛДУ с частными производными II порядка Контрольная работа №1
Тема 3. Волновое уравнение. Задача Коши для волнового уравнения. Метод Даламбера решения волнового уравнения Задачи на составление уравнений в частных производных. Метод Даламбера решения волнового уравнения. Пространственно-временная интерпретация формулы Даламбера.
Тема 4. Метод Фурье для уравнений колебания струны Задача Штурма-Лиувилля. Решение краевых задач для волнового уравнения методом Фурье.
Тема 5. Уравнение теплопроводности. Задача Коши для уравнения теплопроводности Построение решения задачи Коши для уравнения теплопроводности Построение решения смешанной задачи для уравнения Контрольная работа № 2

7.3. Содержание самостоятельной работы

Тема 1. Линейные дифференциальные уравнения в частных производных, их классификация Эллиптический и параболический типы уравнения II порядка.
Тема 2. Замена независимых переменных в уравнениях II порядка с двумя переменными. Характеристическое уравнение Решение задачи Коши для простейших ЛДУ с частными производными II порядка
Тема 3. Волновое уравнение. Задача Коши для волнового уравнения. Метод Даламбера решения волнового уравнения Волновое уравнение. Задача Коши для волнового уравнения. Метод Даламбера решения волнового уравнения
Тема 4. Метод Фурье для уравнений колебания струны Метод Фурье для уравнений колебания струны
Тема 5. Уравнение теплопроводности. Задача Коши для уравнения теплопроводности Уравнение теплопроводности. Задача Коши для уравнения теплопроводности

7.3.1. Примерные вопросы для самостоятельной подготовки к зачету/экзамену
Приложение 1.

7.3.2. Практические задания по дисциплине для самостоятельной подготовки к зачету/экзамену
Приложение 2

7.3.3. Перечень курсовых работ
не предусмотрено

7.4. Электронное портфолио обучающегося
материалы не размещаются

7.5. Методические рекомендации по выполнению контрольной работы
не предусмотрено

7.6 Методические рекомендации по выполнению курсовой работы
не предусмотрено

8. ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ ДЛЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

По заявлению студента

В целях доступности освоения программы для лиц с ограниченными возможностями здоровья при необходимости кафедра обеспечивает следующие условия:

- особый порядок освоения дисциплины, с учетом состояния их здоровья;
- электронные образовательные ресурсы по дисциплине в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья;
- изучение дисциплины по индивидуальному учебному плану (вне зависимости от формы обучения);
- электронное обучение и дистанционные образовательные технологии, которые предусматривают возможности приема-передачи информации в доступных для них формах.
- доступ (удаленный доступ), к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам, состав которых определен РПД.

9. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Сайт библиотеки УрГЭУ
http://lib.usue.ru/

Основная литература:

1. Соболева Е. С., Фатеева Г. М.. Задачи и упражнения по уравнениям математической физики:учебное пособие по уравнениям математической физики для студентов вузов, обучающихся по естественно-научным специальностям. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2012. - 96 с.

2. Владимиров В. С., Жаринов В. В.. Уравнения математической физики [Электронный ресурс]:учебник для вузов. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 400 с. – Режим доступа: http://znanium.com/go.php?id=169279

3. Лесин В. В.. Уравнения математической физики [Электронный ресурс]:учебное пособие для высшего образования по направлениям подготовки "Информатика и вычислительная техника" (квалификация - бакалавр). - Москва: КУРС: ИНФРА-М, 2017. - 240 с. – Режим доступа: http://znanium.com/go.php?id=520539

Дополнительная литература:

1. Горюнов А.Ф.. Методы математической физики в примерах и задачах [Электронный ресурс]:Учебное пособие: В 2 томах Том 1. - Москва: Издательская фирма "Физико-математическая литература" (ФИЗМАТЛИТ), 2015. - 872 с. – Режим доступа: https://new.znanium.com/catalog/product/768673

2. Егоров А. И.. Обыкновенные дифференциальные уравнения и система Maple [Электронный ресурс]:[учебное пособие]. - Москва: СОЛОН-ПРЕСС, 2016. - 392 с. – Режим доступа: http://znanium.com/go.php?id=858610

3. Туганбаев А. А.. Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс]:учебное пособие. - Москва: Флинта, 2011. - 31 с. – Режим доступа: http://znanium.com/go.php?id=454637znanium.com

10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ВКЛЮЧАЯ ПЕРЕЧЕНЬ ЛИЦЕНЗИОННОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ, ОНЛАЙН КУРСОВ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Перечень лицензионное программное обеспечение:

Astra Linux Common Edition. Договр № 1 от 13 июня 2018, акт от 17 декабря 2018. Срок действия лицензии - без органичения срока.

Microsoft Windows 10 .Акт предоставления прав № Tr060590 от 19.09.2017. Срок действия лиценции 30.09.2020.

Microsoft Office 2016. Акт предоставления прав № Tr060590 от 19.09.2017. Срок действия лиценции 30.09.2020.

PTC Mathcad Express. PTC Mathcad Express for an unlimited time. Срок действия лицензии - без органичения срока.

Перечень информационных справочных систем, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Уравнения математической физики
https://ru.wikipedia.org/wiki/Математическая физика
Уравнения математической физики
http://www.allmath.ru/highermath/mathanalis/mathanalis7/mathanalis.htm
Уравнения математической физики
www.sosmath.com/index.html

11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Реализация учебной дисциплины осуществляется с использованием материально-технической базы УрГЭУ, обеспечивающей проведение всех видов учебных занятий и научно-исследовательской и самостоятельной работы обучающихся:

Специальные помещения представляют собой учебные аудитории для проведения всех видов занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду УрГЭУ.

Все помещения укомплектованы специализированной мебелью и оснащены мультимедийным оборудованием спецоборудованием (информационно-телекоммуникационным, иным компьютерным), доступом к информационно-поисковым, справочно-правовым системам, электронным библиотечным системам, базам данных действующего законодательства, иным информационным ресурсам служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Для проведения занятий лекционного типа презентации и другие учебно-наглядные пособия, обеспечивающие тематические иллюстрации.

Приложение 1

Вопросы к зачету с оценкой

1. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных 2-го порядка.
2. Канонические виды уравнений второго порядка с частными производными линейных относительно старших производных (по типам).
3. Характеристическое уравнение (уравнение характеристик) для уравнений второго порядка с частными производными линейных относительно старших производных.
4. Вывод уравнения колебаний струны.
5. Вывод уравнения теплопроводности.
6. Начальные, граничные условия.
7. Общая схема метода Фурье.
8. Решение краевой задачи для волнового уравнения методом Фурье.
9. Решение методом Фурье смешанной задачи для однородного уравнения теплопроводности.
10. Метод Даламбера решения волнового уравнения, пространственно-временная интерпретация формулы Даламбера.

Вопросы для самоконтроля самостоятельной работы

1. Что значит проинтегрировать дифференциальное уравнение с частными производными?
2. Что называется общим решением дифференциального уравнения 2-го порядка с частными производными? В чём отличие от обыкновенного дифференциального уравнения 2-го порядка?
3. Какое дифференциальное уравнение с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными называется однородным, неоднородным?
4. Как определить тип уравнений второго порядка с частными производными линейных относительно старших производных? Перечислить типы уравнений второго порядка в частных производных.
5. Как выглядит характеристическое уравнение (уравнение характеристик) для уравнений второго порядка с частными производными линейных относительно старших производных?
6. Что такое фазовая плоскость?
7. Как находить коэффициенты ряда Фурье?
8. В чем состоит метод Фурье?

Приложение 2

к рабочей программе

7.3.2. Практические задания по дисциплине для самостоятельной подготовки к зачету/экзамену

Примерные практические задания к зачету с оценкой:

Контрольная №1. *Определить тип уравнения*

$$a_{11}(x,y)u_{xx}+2a_{12}(x,y)u_{xy}+a_{22}(x,y)u_{yy}+a(x,y)u_x+b(x,y)u_y+c(x,y)u=f(x,y), \qquad (1)$$

привести его к каноническому виду и найти его общее решение.

Указания к решению.

1. Определяем тип уравнения (1) по знаку выражения $a_{12}^2-a_{11}a_{22}$

a) если $a_{12}^2-a_{11}a_{22}>0$ в некоторой точке, то уравнение (1) называется уравнением *гиперболического типа* в этой точке;

b) если $a_{12}^2-a_{11}a_{22}<0$ в некоторой точке, то уравнение (1) называется уравнением *эллиптического типа* в этой точке;

c) если $a_{12}^2-a_{11}a_{22}=0$ в некоторой точке, то уравнение (1) называется уравнением *параболического типа* в этой точке.

2. Составляем характеристическое уравнение

$$a_{1,1}(x,y)(dy)^2-2a_{1,2}(x,y)dydx+a_{2,2}(x,y)(dx)^2=0 \qquad (2)$$

и решаем его относительно $\frac{dy}{dx}$.

3. Делаем замену переменных

$$x,y \text{ а } \xi=h_1(x,y),\ \eta=h_2(x,y) \qquad (3)$$

где

a) в случае уравнения *гиперболического типа* $h_1(x,y)$ и $h_2(x,y)$ - независимые общие интегралы уравнения характеристик (2);

b) в случае уравнения *параболического типа* $h_1(x,y)$ - общий интеграл уравнения характеристик (2) и $h_2(x,y)$ - произвольная дважды дифференцируемая функция, не выражающаяся через $h_1(x,y)$;

c) в случае уравнения *эллиптического типа* $h_1(x,y)$ и $h_2(x,y)$ - вещественная и мнимая части любого из двух общих интегралов уравнения характеристик (2).

В результате замены переменных уравнение (1) примет один из трёх канонических видов:

- в случае уравнения *гиперболического типа*
$$u_{\xi\eta}=F_1\left(\xi,\eta,u,u_{\xi},u_{\eta}\right);$$

- в случае уравнения *параболического типа*
$$u_{\eta\eta}=F_2\left(\xi,\eta,u,u_{\xi},u_{\eta}\right);$$

- в случае уравнения *эллиптического типа*
$$u_{\xi\xi}+u_{\eta\eta}=F_3\left(\xi,\eta,u,u_{\xi},u_{\eta}\right).$$

4. Ищем общее решение полученного уравнения.

Контрольная №2.

Решить смешанную задачу.

$$\begin{cases} u_{tt}=a^2u_{xx};\ t\in(0;+\infty);\ x\in(0;l); \\ u(0,t)=\mu(t),\ u(l,t)=\nu(t), t\in(0;+\infty); \\ u(x,0)=f(x),\ u_t(x,0)=g(x),\ x\in(0;l). \end{cases}$$

Указания к решению.

1. Вводим вспомогательную функцию
$$\omega(x,t)=\mu(t)+\frac{x}{l}\left(\nu(t)-\mu(t)\right),$$

значения которой при $x=0$ и $x=l$ совпадают со значениями неизвестной функции $u(x,t)$, т.е. $\omega(0,t)=\mu(t)$, $\omega(l,t)=\nu(t)$.

2. Рассмотрим функцию
$$z(x,t)=u(x,t)-\omega(x,t).$$

Очевидно, что $z(0,t)=z(l,t)=0$.

3. Перейдем в уравнении и в начальных условиях к функции $z(x,t)$: $z_{tt}-a^2z_{xx}=u_{tt}-\omega_{tt}-a^2(u_{xx}-\omega_{xx})=u_{tt}-a^2u_{xx}$ (т.к. $\omega_{tt}=0$ и $\omega_{xx}=0$).

Получаем уравнение $z_{tt}-a^2z_{xx}=0$.

Для начальных условий имеем

$$z_t(x,0)=u_t(x,0)-\omega(x,0)=f(x)-\omega(x,0)=$$
$$=f(x)-\mu(0)-\frac{x}{l}\big(\nu(0)-\mu(0)\big)=\overline{f}(x),$$

$$z_t(x,0)=u_t(x,0)-\omega_t(x,0)=g(x)-\omega_t(x,0)=$$
$$=g(x)-\dot\mu(0)-\frac{x}{l}\big(\dot\nu(0)-\dot\mu(0)\big)=\overline{g}(x).$$

4. Получаем краевую задачу

$$\begin{cases} z_{tt}-a^2z_{xx}=0, & (1)\\ z(x,0)=\overline{f}(x),\;\; v_t(x,0)=\overline{g}(x), & (2)\\ z(0,t)=z(l,t)=0. & (3)\end{cases}$$

5. Ищем решение $z=(x,t)$ уравнения (1) в виде

$$z\big(x,t\big)=X\big(x\big)T\big(t\big),$$

причём $z\big(0,t\big)=z\big(l,t\big)=0$, т. е. $X\big(0\big)=X\left(t\right)=0$. Для этого подставляем $z\big(x,t\big)=X\big(x\big)T\big(t\big)$ в уравнение (1) и разделяем переменные. Получаем

$$\frac{X''(x)}{X}=\frac{T''(t)}{a^2T}=-\lambda=const,\;\;\lambda>0\,.$$

Поэтому функции $X\left(x\right)$ и $T\left(t\right)$ являются решениями связанных задач

а) $X''(x)+\lambda X\left(x\right)=0,\;\;X\big(0\big)=X\left(t\right)=0$;

б) $T''+\lambda a^2T=0$.

6. Решаем задачу а)

Уравнение $X''+\lambda X=0$ имеет общее решение

$$X(x)=A\cos\Big(x\sqrt{\lambda}\Big)+B\sin\Big(x\sqrt{\lambda}\Big)$$

Из граничных условий $X(0)=X(l)=0$ следует, что

$$\lambda_n=\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2, X_n=B_n\sin\frac{\pi n}{l}x, n=1,2,...$$

7. Решаем задачу б). При $\lambda=\lambda_n=\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2$ имеем

$$T_n'' + \left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2 T_n = 0.$$

Общее решение этого уравнения

$$T_n(t) = C_n \cos\frac{\pi n}{l} at + D_n \sin\frac{\pi n}{l} at.$$

8. Итак, вспомогательные решения уравнения (1) имеют вид

$$z_n(x,t) = B_n\left(C_n \cos\frac{\pi n}{l} at + D_n \sin\frac{\pi n}{l} at\right)\sin\frac{\pi n}{l} x =$$

$$= \left(\tilde{A}_n \cos\frac{\pi n}{l} at + \tilde{B}_n \sin\frac{\pi n}{l} at\right)\sin\frac{\pi n}{l} x.$$

где $\tilde{A}_n = B_n C_n,\ \tilde{B}_n = B_n D_n$ - постоянные, которые предстоит найти.

9. Решение задачи (1)-(3) ищем в виде

$$z = \sum_1^\infty z_n = \sum_1^\infty \left(\tilde{A}_n\, cos\frac{\pi n}{l} at + \tilde{B}_n\, sin\,\frac{\pi n}{l} at\right) sin\,\frac{\pi n}{l} x \quad (4)$$

Эта функция является решением уравнения (1) и удовлетворяет граничным условиям (3) при любых $\tilde{A}_n$ и $\tilde{B}_n$, при которых ряд (4) сходится и его можно дважды дифференцировать почленно.

10. Находим коэффициенты $\tilde{A}_n$ и $\tilde{B}_n$, при которых $z(x,t)$ удовлетворяет начальным условиям (2).

Полагая в (4) $t = 0$, получаем

$$z(x,0) = \sum_1^\infty \tilde{A}_n sin\,\frac{\pi n}{l} x = \bar{f}(x).$$

Отсюда

$$\tilde{A}_n = \frac{2}{l}\int_0^l \bar{f}(x)\sin\frac{\pi n}{l} x\, dx.$$

Дифференцируя равенство (4), имеем

$$z_t = \sum_1^\infty \left(-\frac{\pi n a}{l}\tilde{A}_n \sin\frac{\pi n}{l} at + \frac{\pi n a}{l}\tilde{B}_n \cos\frac{\pi n}{l} at\right) sin\,\frac{\pi n}{l} x$$

Полагая здесь $t = 0$ и используя начальное условие (2), получаем

$$z_t(x,0) = \sum_1^\infty \left(\frac{\pi n a}{l}\tilde{B}_n\right) sin\,\frac{\pi n}{l} x = \bar{g}\,(x).$$

Отсюда

$$\tilde{B}_n = \frac{2}{\pi n a}\int_0^l \bar{g}\sin\frac{\pi n}{l}x\,dx.$$

11. Подставляя эти коэффициенты в формулу (4), получаем решение задачи (1)-(3).

Записываем **ответ** в виде $u(x,t) = z(x,t) + \omega(x,t)$.

Контрольная №3.

Решить внутреннюю задачу Дирихле для уравнения Лапласа в круге:

$$\Delta u = 0,\ u\big|_{r=R} = h(\varphi).$$

Указания к решению.

1 Ищем решение в виде

$$u(r,\varphi) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} r^n \left(A_n \cos n\varphi + B_n \sin n\varphi\right).$$

2 Используя граничное условие $u\big|_{r=R} = h(\varphi)$, вычисляем коэффициенты $A_0,\ A_n,\ B_n\ (n = 1,2,\ldots)$.

Для преобразования функции $h(\varphi)$ используем формулы понижения степени:

$$\cos^2\varphi = \frac{1+\cos 2\varphi}{2},\ \sin^2\varphi = \frac{1-\cos 2\varphi}{2},$$
$$\cos^3\varphi = \frac{\cos 3\varphi + 3\cos\varphi}{4},\ \sin^3\varphi = \frac{3\sin\varphi - \sin 3\varphi}{4}. \quad (5)$$

3 Записываем **ответ**

Решить внутреннюю задачу Дирихле для уравнения Пуассона в круге:

$$\Delta u = f(x,y),\ u\big|_{r=R} = 0.$$

Указания к решению.

1. Подберём такую функцию u_0, что $\Delta u_0 = f\left(x,y\right)$, и рассмотрим разность $v = u - u_0$. Тогда

$$\Delta v = \Delta u - \Delta u_0 = f\left(x,y\right) - f\left(x,y\right) = 0,$$

$$v|_{r=R} = u|_{r=R} - u_0|_{r=R} = 0 - u_0|_{r=R} = \tilde{g}(\varphi).$$

2. Получаем задачу Дирихле для уравнения Лапласа в круге:

$$\begin{cases} \Delta\, v = 0, \\ v|_{r=R} = \tilde{g}(\varphi), \end{cases}$$

план решения которой дан в указаниях выше.

3. Решаем эту задачу, находим функцию $v\left(r,\varphi\right)$.

4. Искомое решение представляем в виде

$$u\left(r,\varphi\right) = v\left(r,\varphi\right) + u_0\left(r,\varphi\right).$$

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВПО «Уральский государственный экономический университет»

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой менеджмента

___________ Ю.Б. Мельников

Методические рекомендации и задания к контрольной работе для студентов заочной формы обучения

Наименование направления подготовки

010500.62 Математическое обеспечение и

администрирование информационных систем

Наименование профиля

Базовый

Автор: Шитиков Сергей Александрович

Екатеринбург

2012

Заочное обучение по данному направлению не предусмотрено.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВПО «Уральский государственный экономический университет»

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой менеджмента

___________ Ю.Б. Мельников

Методические рекомендации по выполнению курсовых работ

Наименование направления подготовки

010500.62 Математическое обеспечение и

администрирование информационных систем

Наименование профиля

Базовый

Автор: Шитиков Сергей Александрович

Екатеринбург

2012

Курсовые работы по данной учебной дисциплине не предусмотрены.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВПО «Уральский государственный экономический университет»

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой менеджмента

___________ Ю.Б. Мельников

Фонд тестовых и контрольных заданий по дисциплине

Наименование направления подготовки

010500.62 Математическое обеспечение и

администрирование информационных систем

Наименование профиля

Базовый

Автор: Шитиков Сергей Александрович

Екатеринбург

2012

Контрольная работа № 1

1. Определить тип уравнения в различных областях изменения переменных x, y:

$$a_{11}(x,y)u_{xx}+2a_{12}(x,y)u_{xy}+a_{22}(x,y)u_{yy}+a(x,y)u_x+b(x,y)u_y+c(x,y)u=f(x,y)$$

и привести его к каноническому виду в каждой найденной области.

2. Найти общее решение уравнения

$$a_{11}u_{xx}+2a_{12}u_{xy}+a_{22}u_{yy}+bu_x+cu_y=0.$$

Контрольная работа № 2.

1. Решить смешанную задачу волнового уравнения:

$$u_{tt}=81u_{xx};u(x,0)=\sin\pi x;$$

$$u_t(x,0)=0;u(0,t)=u(5,t)=0.$$

2. Решить смешанную задачу для уравнения теплопроводности:

$$u_t=2u_{xx};u(x,0)=\sin 3\pi x;u(0,t)=u(8,t)=0$$

Контрольная работа № 3.

1. Решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа $\Delta u=0$ в круге $0\le r<1, 0\le\varphi<2\pi$ (r,φ - полярные координаты), на границе которого искомая функция $u(r,\varphi)$ имеет следующие значения:

$$u(1,\varphi)=\cos 9\varphi.$$

2. Решить внутреннюю задачу Дирихле для уравнения Пуассона в круге

$$\Delta u=f(x,y),\ u\Big|_{r=R}=0.$$

Домашняя контрольная работа

1. Решить задачу Коши

$$a_{11}(x,y)u_{xx}+2a_{12}(x,y)u_{xy}+a_{22}(x,y)u_{yy}+a(x,y)u_x+b(x,y)u_y+c(x,y)u=f(x,y)$$

$$u|_{y=0}=f(x),\quad u_y\big|_y=0=g(x).$$

2. Решить задачу Коши для волнового уравнения на прямой

$$\begin{cases} u_{tt} = 4u_{xx}, \ t \in (0;+\infty), \ x \in (-\infty;+\infty), \\ u(x;0) = e^{-x^2}, \ x \in (-\infty;+\infty), \\ u_t(x;0) = \dfrac{1}{1+x^2}, \ x \in (-\infty;+\infty). \end{cases}$$

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВПО «Уральский государственный экономический университет»

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой менеджмента

___________ Ю.Б. Мельников

Методические разработки интерактивных форм обучения по дисциплине

Наименование направления подготовки

010500.62 Математическое обеспечение и

администрирование информационных систем

Наименование профиля

Базовый

Автор: Шитиков Сергей Александрович

Екатеринбург

2012

1. Выполнение заданий в малых группах осуществляется следующим образом: студентам раздаются четыре варианта билетов с заданиями. Студентам разрешается и даже рекомендуется пересаживаться, пользоваться любой литературой и консультироваться друг с другом и с преподавателем.

Задания для самостоятельной работы находятся на кафедральных рабочих станциях.

2. Лекции проводятся с использованием электронных презентаций.

Презентации ориентированы на активизацию самостоятельной работы студентов, вовлечение их в процесс изучения учебного материала, формализации понятий, получения и оптимизации формулировок определений, теорем и других утверждений, формирования гипотез, формирования и оформления доказательств, самостоятельного выполнения упражнений и решения задач.

Приложение 4

к рабочей программе

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДЕНЫ

на заседании кафедры шахматного искусства и компьютерной математики

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ

ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

по дисциплине

уравнения математической физики

Контрольная работа №1

Вариант № 1.

1. Решите задачу Штрума-Лиувилля y''+λy=0, y(0)=y(π)=0.
2. Определите тип и приведите к каноническому виду уравнение второго порядка: $u_{xx} + 2\cos x \ \ u_{xy} - \sin^2 x \ \ u_{yy} = \cos x \ \ u_y$.

Вариант №2.

1. Решите краевую задачу $y''+\pi^2 y=\pi^2 x$, $y(0)=0$, $y'(2)=2$.
2. Определите тип и приведите к каноническому виду уравнение второго порядка:

$$2u_{xx} - 6u_{xy} + 4u_{yy} = u - u_x.$$

Вариант №3.

1. Решите задачу Штрума-Лиувилля y''+λy=0, y'(0)=y(π)=0.
2. Определите тип и приведите к каноническому виду уравнение второго порядка:

$$x^2 u_{xx} + 2xy\, u_{xy} + 2y^2 u_{yy} = yu.$$

Вариант №4.

1. Решите краевую задачу y''+y=sin2x, y'(0)= -1, y'(π/2)=0.
2. Определите тип и приведите к каноническому виду уравнение второго порядка:

$$2u_{xx} + 6u_{xy} + 5u_{yy} = u_x + u_y.$$

Вариант № 5.

1. Решите задачу Штурма-Лиувилля y''+λy=0, y(0)=y'(2)=0.
2. Определите тип и приведите к каноническому виду уравнение второго порядка:

$$e^{2x} u''_{xx} + 2e^{x+y} u''_{xy} + e^{2y} u''_{yy} = xu.$$

Контрольная работа №2

Вариант№ 1

Решите смешанную задачу:

$$\begin{cases} u_{tt} = 9u_{xx}\,, t > 0, \;\; x \epsilon (0;2) \\ u(0,t) = 0\,, \quad u(2,t) = 0, \\ u(x,0) = 2\sin 6\pi x\,, \;\; u_t(x,0) = 0. \end{cases}$$

Вариант№ 2

Решите смешанную задачу:

$$\begin{cases} u_t = \dfrac{1}{4}u_{xx} + 5\cos 2t \sin 2x \;\;, t > 0, \;\; x \epsilon (0;\pi) \\ u(0,t) = 0\,, \quad u(\pi,t) = 0, \\ u(x,0) = 0. \end{cases}$$

Вариант№ 3

Решите задачу Дирихле для уравнения Лапласа в круге

$$\begin{cases} \Delta u = 0 \\ u|_{\mathrm{r}=3} = 4 + 6\cos^2\varphi - 12\sin^3\varphi \end{cases}$$

Вариант№ 4

Решите смешанную задачу:

$$\begin{cases} u_t = u_{xx}, \quad t > 0, \;\; x \epsilon (0;\pi) \\ u(0,t) = 0, \quad u_x(\pi,t) = 0, \\ u(x,0) = 2\sin 5x/2. \end{cases}$$

Вариант№ 5

Решите смешанную задачу:

$$\begin{cases} u_{tt} = 25u_{xx}\,, t > 0, \;\; x \epsilon (0;2) \\ u(0,t) = 0, \quad u(2,t) = 0, \\ u(x,0) = 0, \;\; u_t(x,0) = 20\pi \sin 4x. \end{cases}$$

Вариант№ 6

Решите смешанную задачу:

$$\begin{cases} u_t = \dfrac{1}{9} u_{xx} + 5\sin\ 2t\cos 3x\ \ , t > 0, \ \ x\epsilon(0;\pi) \\ u_x(0,t) = 0\ , \quad u_x(\pi,t) = 0, \\ u(x,0) = 0. \end{cases}$$

Приложение 5

к рабочей программе

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДЕНЫ

на заседании кафедры Шахматного искусства и компьютерной математики

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ

по дисциплине

уравнения математической физики

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Экзаменационный билет № 1 *Утверждаю*

Зав. кафедрой
Прикладной математики

1. Определите тип и приведите к каноническому виду следующие уравнения второго порядка:

$$y^2 u_{xx} - 4x^2 u_{yy} = 0.$$

2. Решите смешанную задачу:

$$\begin{cases} u_{tt} = 9u_{xx}, t > 0, \ \ x \epsilon (0;2) \\ u(0,t) = 0, \quad u(2,t) = 0, \\ u(x,0) = 2\sin 6\pi x, \ \ u_t(x,0) = 0. \end{cases}$$

3. Общая схема метода Фурье.

Экзаменационный билет № 2 *Утверждаю*

Зав. кафедрой
Прикладной математики

1. Определите тип и приведите к каноническому виду следующие уравнения второго порядка:

$$2u_{xx} - 6u_{xy} + 4u_{yy} = u - u_x.$$

2. Решите смешанную задачу:

$$\begin{cases} u_t = \dfrac{1}{4} u_{xx} + 5\cos 2t \sin 2x \ , t > 0, \quad x \epsilon (0; \pi) \\ u(0,t) = 0 \ , \quad u(\pi, t) = 0, \\ u(x,0) = \sin 4x \, . \end{cases}$$

3. Вывод уравнения колебаний струны.

Экзаменационный билет № 3 *Утверждаю*

Зав. кафедрой
Прикладной математики

1. Определите тип и приведите к каноническому виду следующие уравнения второго порядка:
$$x^2u_{xx} + 2xy\,u_{xy} + 2y^2u_{yy} = yu.$$
2. Решите смешанную задачу:
$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + 65e^{-8t}\sin x\,, t > 0, \;\; x\epsilon(\pi; 2) \\ u(0,t) = 0\,, \quad u(\pi,t) = 0, \\ u(x,0) = 0, \;\; u_t(x,0) = 0. \end{cases}$$
3. Метод Даламбера решения волнового уравнения, пространственно-временная интерпретация формулы Даламбера.

Экзаменационный билет № 4 *Утверждаю*

Зав. кафедрой
Прикладной математики

1. Определите тип и приведите к каноническому виду следующие уравнения второго порядка:
$$4x^2u_{xx} + y^2u_{yy} = 0.$$
2. Решите смешанную задачу:

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + \ t\sin 2x\,, t > 0, \quad x\epsilon(0;\pi) \\ u(0,t) = 0, \quad u(\pi,t) = 0, \\ u(x,0) = 2\sin 5x. \end{cases}$$

3. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных 2-го порядка.

Экзаменационный билет №5 *Утверждаю*

Зав. кафедрой
Прикладной математики

1. Определите тип и приведите к каноническому виду следующие уравнения второго порядка:

$$y^2 u_{xx} + 4xy\, u_{xy} + 4x^2 u_{yy} = 0.$$

2. Решите смешанную задачу:

$$\begin{cases} u_{tt} = 25u_{xx}\,, t > 0, \;\; x\epsilon(0;2) \\ u(0,t) = 0, \quad u(2,t) = 0, \\ u(x,0) = 0, \;\; u_t(x,0) = 20\pi \sin 4x. \end{cases}$$

3. Решение методом Фурье смешанной задачи для однородного уравнения теплопроводности.

Экзаменационный билет №6 *Утверждаю*

Зав. кафедрой
Прикладной математики

1. Определите тип и приведите к каноническому виду следующие уравнения второго порядка:

$$9u_{xx} - 6u_{xy} + u_{yy} = x + 2y.$$

2. Решите смешанную задачу:

$$\begin{cases} u_t = \dfrac{1}{16} u_{xx} + 26\cos 5t \sin 4x, \quad x \in (0;\pi); \\ u(0;t) = u(\pi;t) = 0; \\ u(x;0) = 23\sin 12x. \end{cases}$$

3. Общая схема метода Фурье.

Экзаменационный билет № 7 *Утверждаю*

Зав. кафедрой
Прикладной математики

1. Определите тип и приведите к каноническому виду следующие уравнения второго порядка:
$$y^2 u_{xx} + 4xy\, u_{xy} + 4x^2 u_{yy} = 0.$$
2. Решите смешанную задачу:
$$\begin{cases} u_{tt} = 25u_{xx}\,, t > 0,\ \ x\epsilon(0;2) \\ u(0,t) = 0, \quad u(2,t) = 0, \\ u(x,0) = 0,\ \ u_t(x,0) = 20\pi\sin 4x. \end{cases}$$
3. Канонические виды уравнений второго порядка с частными производными линейных относительно старших производных (по типам)

Экзаменационный билет № 8 *Утверждаю*

Зав. кафедрой
Прикладной математики

1. Определите тип и приведите к каноническому виду следующие уравнения второго порядка:
$$u_{xx} - 4u_{xy} + 4u_{yy} = u + 2u_x.$$
2. Решите смешанную задачу:
$$\begin{cases} u_{tt} = 25u_{xx} + 50\sin x\ \ , t > 0,\ \ x\epsilon(0;\pi) \\ u(0,t) = 0, \quad u(\pi,t) = 0, \\ u(x,0) = 0,\ \ u_t(x,0) = 20\sin 4x. \end{cases}$$

3. Характеристическое уравнение (уравнение характеристик) для уравнений второго порядка с частными производными линейных относительно старших производных.

Экзаменационный билет № 9

Утверждаю
Зав. кафедрой
Прикладной математики

1. Определите тип и приведите к каноническому виду следующие уравнения второго порядка:
$$y^2 u_{xx} + 4xy\, u_{xy} + 4x^2 u_{yy} = 0.$$
2. Решите смешанную задачу:
$$\begin{cases} z_{tt} - 4z_{xx} = 0, \\ z(x,0) = 31\sin 2\pi x, \\ z_t(x,0) = 0 \\ z(0,t) = 0,\ \ z(2,t) = 0. \end{cases}$$
3. Вывод уравнения колебаний струны.

Экзаменационный билет № 10

Утверждаю
Зав. кафедрой
Прикладной математики

1. Определите тип и приведите к каноническому виду следующие уравнения второго порядка:
$$u_{xx} - 8u_{xy} + 15u_{yy} = 1 + u_y.$$
2. Решите смешанную задачу:
$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + 5e^{-4t}\sin x\,, t > 0,\ \ x\epsilon(0;\pi) \\ u(0,t) = 0, \quad u(\pi,t) = 0, \\ u(x,0) = 2\sin 3x. \end{cases}$$
3. Вывод уравнения теплопроводности.

Экзаменационный билет № 11

Утверждаю

Зав. кафедрой

Прикладной математики

1. Определите тип и приведите к каноническому виду следующие уравнения второго порядка:

$$y^2 u_{xx} + 4xy\, u_{xy} + 4x^2 u_{yy} = 0.$$

2. Решите смешанную задачу:

$$\begin{cases} u_{tt} = 25u_{xx}, t > 0, \ \ x\epsilon(0;2) \\ u(0,t) = 0, \quad u(2,t) = 0, \\ u(x,0) = 0, \ \ u_t(x,0) = 20\pi \sin 4x. \end{cases}$$

3. Канонические виды уравнений второго порядка с частными производными линейных относительно старших производных (по типам)

Экзаменационный билет № 12

Утверждаю

Зав. кафедрой

Прикладной математики

1. Определите тип и приведите к каноническому виду следующие уравнения второго порядка:

$$u_{xx} - 4u_{xy} + 4u_{yy} = u + 2u_x.$$

2. Решите смешанную задачу:

$$\begin{cases} u_{tt} = 25u_{xx} + 50\sin x \ , t > 0, \ \ x\epsilon(0;\pi) \\ u(0,t) = 0, \quad u(\pi,t) = 0, \\ u(x,0) = 0, \ \ u_t(x,0) = 20\sin 4x. \end{cases}$$

3. Характеристическое уравнение (уравнение характеристик) для уравнений второго порядка с частными производными линейных относительно старших производных.

Экзаменационный билет № 13 *Утверждаю*

Зав. кафедрой
Прикладной математики

1. Определите тип и приведите к каноническому виду следующие уравнения второго порядка:

$$x^2 u_{xx} + 2xy\,u_{xy} + 2y^2 u_{yy} = yu.$$

2. Решите смешанную задачу:

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + 65e^{-8t}\sin x\,, t > 0, \quad x\epsilon(\pi; 2) \\ u(0,t) = 0\,, \quad u(\pi,t) = 0, \\ u(x,0) = 0, \quad u_t(x,0) = 0. \end{cases}$$

3. Метод Даламбера решения волнового уравнения, пространственно-временная интерпретация формулы Даламбера.

Экзаменационный билет № 14 *Утверждаю*

Зав. кафедрой
Прикладной математики

1. Определите тип и приведите к каноническому виду следующие уравнения второго порядка:

$$4x^2 u_{xx} + y^2 u_{yy} = 0.$$

2. Решите смешанную задачу:

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + \ t\sin 2x\,, t > 0, \ \ x\epsilon(0;\pi) \\ u(0,t) = 0, \quad u(\pi,t) = 0, \\ u(x,0) = 2\sin 5x. \end{cases}$$

3. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных 2-го порядка.

Экзаменационный билет № 15 *Утверждаю*

Зав. кафедрой

Прикладной математики

1. Определите тип и приведите к каноническому виду следующие уравнения второго порядка:

$$y^2 u_{xx} + 4xy\, u_{xy} + 4x^2 u_{yy} = 0.$$

2. Решите смешанную задачу:

$$\begin{cases} u_{tt} = 25u_{xx}\,, t > 0, \;\; x\epsilon(0;2) \\ u(0,t) = 0, \quad u(2,t) = 0, \\ u(x,0) = 0, \;\; u_t(x,0) = 20\pi \sin 4x. \end{cases}$$

3. Решение методом Фурье смешанной задачи для однородного уравнения теплопроводности.

Экзаменационный билет № 16 *Утверждаю*

Зав. кафедрой

Прикладной математики

1. Определите тип и приведите к каноническому виду следующие уравнения второго порядка:

$$9u_{xx} - 6u_{xy} + u_{yy} = x + 2y.$$

2. Решите смешанную задачу:

$$\begin{cases} u_t = \dfrac{1}{16} u_{xx} + 26\cos 5t \sin 4x, \quad x \in (0;\pi); \\ u(0;t) = u(\pi;t) = 0; \\ u(x;0) = 23\sin 12x. \end{cases}$$

Общая схема метода Фурье.