

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО «Уральский государственный экономический университет»

**Одобрена**  
на заседании кафедры

27.12.2019 г.

протокол № 3

Зав. кафедрой Стариков Е.Н.

**Утверждена**  
Советом по учебно-методическим вопросам  
и качеству образования

15 января 2020 г.

протокол № 5

Председатель



(подпись)

Карх Д.А.

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины	Теория функций комплексного переменного
Направление подготовки	02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем
Профиль	Разработка и администрирование информационных систем
Форма обучения	очная
Год набора	2020

Разработана:  
Доцент, к.п.н.  
Куликова О.В.

Доцент, к.э.н.  
Онохина Е.А.

Екатеринбург  
2020 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b>	<b>3</b>
<b>1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	<b>3</b>
<b>2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП</b>	<b>3</b>
<b>3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	<b>3</b>
<b>4. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ОПОП</b>	<b>3</b>
<b>5. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН</b>	<b>4</b>
<b>6. ФОРМЫ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ШКАЛЫ ОЦЕНИВАНИЯ</b>	<b>4</b>
<b>7. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	<b>6</b>
<b>8. ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ ДЛЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ</b>	<b>8</b>
<b>9. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	<b>8</b>
<b>10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ВКЛЮЧАЯ ПЕРЕЧЕНЬ ЛИЦЕНЗИОННОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ, ОНЛАЙН КУРСОВ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ</b>	<b>8</b>
<b>11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ</b>	<b>9</b>

## ВВЕДЕНИЕ

Рабочая программа дисциплины является частью основной профессиональной образовательной программы высшего образования - программы бакалавриата, разработанной в соответствии с ФГОС ВО

ФГОС ВО	Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем (уровень бакалавриата) (приказ Минобрнауки России от 23.08.2017г. №809)
ПС	

### 1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Формирование знаний по теории функции комплексного переменного и умения применять их при решении прикладных математических задач

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина относится к базовой части учебного плана.

### 3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Промежуточный контроль	Часов					3.е.
	Всего за семестр	Контактная работа (по уч.зан.)			Самостоятельная работа в том числе подготовка контрольных и курсовых	
		Всего	Лекции	Практические занятия, включая курсовое проектирование		
Семестр 7						
Экзамен	144	56	28	28	52	4

### 4. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ОПОП

В результате освоения ОПОП у выпускника должны быть сформированы компетенции, установленные в соответствии ФГОС ВО.

Общепрофессиональные компетенции (ОПК)

Шифр и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенций
ОПК-2 Способен применять современный математический аппарат, связанный с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности	ИД-1.ОПК-2 Знать: математические основы программирования и языков программирования, организации баз данных и компьютерного моделирования; математические методы оценки качества, надежности и эффективности программных продуктов; математические методы организации информационной безопасности при разработке и эксплуатации программных продуктов и программных. Уметь: выбирать современные информационные технологии и программные средства, в том числе отечественного производства при решении задач профессиональной деятельности. Иметь навыки: применения современных информационных технологий и программных средств, в том числе отечественного производства, при решении задач профессиональной деятельности

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИД-1.ОПК-1 Знать: обладать базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. Уметь: использовать их в профессиональной деятельности. Иметь навыки: теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.
---	--

## 5. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

Тема	Часов						Самост. работа	Контроль самостоятельной работы
	Наименование темы	Всего часов	Контактная работа (по уч.зан.)					
			Лекции	Лабораторные	Практические занятия			
<b>Семестр 7</b>		108						
Тема 1.	Функции комплексной переменной	24	2		2	20		
Тема 2.	Производная функции комплексной переменной	23	4		4	15		
Тема 3.	Теория интегрирования Коши	25	4		4	17		
Тема 4.	Ряды Лорана	12	6		6			
Тема 5.	Преобразования Лапласа	12	6		6			
Тема 6.	Интегрирование линейных дифференциальных уравнений	12	6		6			

## 6. ФОРМЫ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ШКАЛЫ ОЦЕНИВАНИЯ

Раздел/Тема	Вид оценочного средства	Описание оценочного средства	Критерии оценивания
<b>Текущий контроль (Приложение 4)</b>			
Темы 1-2	Контрольная работа №1	3 задания : 1) Действия с комплексными числами; 2),3) Аналитичность функции	Максимально за работу 30 баллов; по 10 за каждое задание
Темы 3-4	Контрольная работа №2	4 задания : 1) и 4) на интегрирование ФКП; 2) Ряд Лорана ; 3) Особые точки ФКП	Максимально за работу 40 баллов: по 10 баллов за задание
Тема 5-6	Контрольная работа №3	3 задания: 1). Найти изображение оригинала; 2). Найти оригинал по изображению ;3) Решить	30 баллов: по 10 за каждое задание
<b>Промежуточный контроль (Приложение 5)</b>			
7 семестр (Эк)	Экзаменационный билет	Билет состоит из одного теоретического и одного практического задания	Билет оценивается в 50 баллов, по 25 за каждое задание

## ОПИСАНИЕ ШКАЛ ОЦЕНИВАНИЯ

Показатель оценки освоения ОПОП формируется на основе объединения текущей и промежуточной аттестации обучающегося.

Показатель рейтинга по каждой дисциплине выражается в процентах, который показывает уровень подготовки студента.

Текущая аттестация. Используется 100-балльная система оценивания. Оценка работы студента в течении семестра осуществляется преподавателем в соответствии с разработанной им системой оценки учебных достижений в процессе обучения по данной дисциплине.

В рабочих программах дисциплин и практик закреплены виды текущей аттестации, планируемые результаты контрольных мероприятий и критерии оценки учебных достижений.

В течение семестра преподавателем проводится не менее 3-х контрольных мероприятий, по оценке деятельности студента. Если посещения занятий по дисциплине включены в рейтинг, то данный показатель составляет не более 20% от максимального количества баллов по дисциплине.

Промежуточная аттестация. Используется 5-балльная система оценивания. Оценка работы студента по окончании дисциплины (части дисциплины) осуществляется преподавателем в соответствии с разработанной им системой оценки достижений студента в процессе обучения по данной дисциплине. Промежуточная аттестация также проводится по окончании формирования компетенций.

Порядок перевода рейтинга, предусмотренных системой оценивания, по дисциплине, в пятибалльную систему.

Высокий уровень – 100% - 70% - отлично, хорошо.

Средний уровень – 69% - 50% - удовлетворительно.

Показатель оценки	По 5-балльной системе	Характеристика показателя
100% - 85%	отлично	обладают теоретическими знаниями в полном объеме, понимают, самостоятельно умеют применять, исследовать, идентифицировать, анализировать, систематизировать, распределять по категориям, рассчитать показатели, классифицировать, разрабатывать модели, алгоритмизировать, управлять, организовать, планировать процессы исследования, осуществлять оценку результатов на высоком уровне
84% - 70%	хорошо	обладают теоретическими знаниями в полном объеме, понимают, самостоятельно умеют применять, исследовать, идентифицировать, анализировать, систематизировать, распределять по категориям, рассчитать показатели, классифицировать, разрабатывать модели, алгоритмизировать, управлять, организовать, планировать процессы исследования, осуществлять оценку результатов.  Могут быть допущены недочеты, исправленные студентом самостоятельно в процессе работы (ответа и т.д.)
69% - 50%	удовлетворительно	обладают общими теоретическими знаниями, умеют применять, исследовать, идентифицировать, анализировать, систематизировать, распределять по категориям, рассчитать показатели, классифицировать, разрабатывать модели, алгоритмизировать, управлять, организовать, планировать процессы исследования, осуществлять оценку результатов на среднем уровне. Допускаются ошибки, которые студент затрудняется исправить самостоятельно.
49 % и менее	неудовлетворительно	обладают не полным объемом общих теоретическими знаниями, не умеют самостоятельно применять, исследовать, идентифицировать, анализировать, систематизировать, распределять по категориям, рассчитать показатели, классифицировать, разрабатывать модели, алгоритмизировать, управлять, организовать, планировать процессы исследования, осуществлять оценку результатов. Не сформированы умения и навыки для решения
100% - 50%	зачтено	характеристика показателя соответствует «отлично», «хорошо», «удовлетворительно»
49 % и менее	не зачтено	характеристика показателя соответствует «неудовлетворительно»

## 7. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 7.1. Содержание лекций

Тема 1. Функции комплексной переменной Основные понятия
--

Тема 2. Производная функции комплексной переменной Предел и непрерывность функции комплексного переменного
Тема 3. Теория интегрирования Коши Свойства и правила вычисления интегралов
Тема 4. Ряды Лорана Ряды в комплексной области
Тема 5. Преобразования Лапласа Понятие вычета. Основная теорема о вычетах
Тема 6. Интегрирование линейных дифференциальных уравнений Общие теоремы по теме

### 7.2 Содержание практических занятий и лабораторных работ

Тема 1. Функции комплексной переменной Область определения ФКП
Тема 2. Производная функции комплексной переменной Вычисление пределов и исследование на непрерывность функции комплексного переменного
Тема 3. Теория интегрирования Коши Вычисление с применением интегральной формула Коши
Тема 4. Ряды Лорана Числовые ряды
Тема 5. Преобразования Лапласа Вычисление вычетов. Применение вычетов к вычислению интегралов
Тема 6. Интегрирование линейных дифференциальных уравнений Выполнение заданий на интегрирование линейных дифференциальных уравнений

### 7.3. Содержание самостоятельной работы

Тема 1. Функции комплексной переменной Комплексные числа. Действия с комплексными числами
Тема 2. Производная функции комплексной переменной Вычисление производных ФКП
Тема 3. Теория интегрирования Коши Вычисление интегралов ФКП

7.3.1. Примерные вопросы для самостоятельной подготовки к зачету/экзамену  
Приложение 1

7.3.2. Практические задания по дисциплине для самостоятельной подготовки к зачету/экзамену  
Приложение 2

7.3.3. Перечень курсовых работ  
Не предусмотрено

7.4. Электронное портфолио обучающегося  
Материалы не размещаются

7.5. Методические рекомендации по выполнению контрольной работы  
Не предусмотрено

7.6 Методические рекомендации по выполнению курсовой работы  
Не предусмотрено

## **8. ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ ДЛЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

### ***По заявлению студента***

В целях доступности освоения программы для лиц с ограниченными возможностями здоровья при необходимости кафедра обеспечивает следующие условия:

- особый порядок освоения дисциплины, с учетом состояния их здоровья;
- электронные образовательные ресурсы по дисциплине в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья;
- изучение дисциплины по индивидуальному учебному плану (вне зависимости от формы обучения);
- электронное обучение и дистанционные образовательные технологии, которые предусматривают возможности приема-передачи информации в доступных для них формах.
- доступ (удаленный доступ), к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам, состав которых определен РПД.

## **9. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Сайт библиотеки УрГЭУ**

<http://lib.usue.ru/>

### **Основная литература:**

1. Половинкин Е. С.. Теория функций комплексного переменного: Учебник. - Москва: ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2018. - 254 с.
2. Половинкин Е. С.. Теория функций комплексного переменного [Электронный ресурс]: Учебник. - Москва: ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2015. - 254 с. – Режим доступа: <https://new.znaniium.com/catalog/product/487040>
3. Половинкин Е. С.. Теория функций комплексного переменного [Электронный ресурс]: Учебник. - Москва: ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2018. - 254 с. – Режим доступа: <https://new.znaniium.com/catalog/product/945532>
4. Эйдерман В. Я.. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление [Электронный ресурс]: учебное пособие для академического бакалавриата: для студентов вузов, обучающихся по естественнонаучным направлениям. - Москва: Юрайт, 2019. - 263 с. – Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/bcode/437407>

### **Дополнительная литература:**

1. Виленкин И. В., Гробер В. М.. Высшая математика для студентов экономических, технических, естественно-научных специальностей вузов: учебное пособие. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2005. - 415 с.
2. Черняк А. А., Черняк Ж. А.. Высшая математика для инженерно-экономических специальностей вузов: учебно-методический комплекс. - Минск: Харвест, 2008. - 703 с.
3. Шипачев В. С., Тихонов А. Н.. Высшая математика. Полный курс: учебник для бакалавров: учебник для студентов вузов. - Москва: Юрайт, 2012. - 608 с.
4. Данко П. Е., Попов А. Г., Кожевникова Т. Я., Данко С. П.. Высшая математика в упражнениях и задачах: [учебное пособие для вузов]. - Москва: АСТ: Мир и Образование, 2014. - 815 с.
5. Бугров Я. С., Никольский С. М.. Высшая математика. Т 3. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Функции комплексного переменного: [в 3 т.]: учебник для студентов вузов, обучающихся по инженерно-техническим специальностям. - Москва: Дрофа, 2004. - 511 с.

## **10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ВКЛЮЧАЯ ПЕРЕЧЕНЬ ЛИЦЕНЗИОННОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ, ОНЛАЙН КУРСОВ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**



**Перечень лицензионное программное обеспечение:**

**Перечень информационных справочных систем, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:**

### **11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Реализация учебной дисциплины осуществляется с использованием материально-технической базы УрГЭУ, обеспечивающей проведение всех видов учебных занятий и научно-исследовательской и самостоятельной работы обучающихся:

Специальные помещения представляют собой учебные аудитории для проведения всех видов занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду УрГЭУ.

Все помещения укомплектованы специализированной мебелью и оснащены мультимедийным оборудованием спецоборудованием (информационно-телекоммуникационным, иным компьютерным), доступом к информационно-поисковым, справочно-правовым системам, электронным библиотечным системам, базам данных действующего законодательства, иным информационным ресурсам служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Для проведения занятий лекционного типа презентации и другие учебно-наглядные пособия, обеспечивающие тематические иллюстрации.

### 7.3.1. Примерные вопросы для самостоятельной подготовки к экзамену

1. Определение комплексного числа, формы комплексного числа.
2. Действия над комплексными числами и понятие комплексной плоскости.
3. Определение функции комплексной переменной. Примеры функций.
4. Производная функции комплексной переменной.
5. Определение аналитической функции. Свойства аналитической функции.
6. Правильная и особая точки.
7. Условия Коши-Римана для вещественной и мнимой части аналитической функции.
8. Теорема о нулях аналитической функции.
9. Определение интеграла от ФКП по кривой на комплексной плоскости. Интеграл Коши.
10. Теорема о принципе максимума модуля аналитической функции.
11. Теорема Морера. Теорема Лиувилля.
12. Линейная комбинация гармонических функций.
13. Ряд Лорана.
14. Преобразование Лапласа.
15. Решение дифференциальных уравнений.

### 7.3.2. Практические задания по дисциплине для самостоятельной подготовки к экзамену

#### 1. Элементарные действия с комплексными числами.

1.1 Записать комплексное число в алгебраической, тригонометрической и показательной формах:

а)  $\frac{1+i}{1-i}$ ;      б)  $\frac{1}{i}$ ;      в)  $\frac{\sqrt{2}}{1+i}$ ;      г)  $\frac{\sqrt{2}}{1-i}$ ;  
 д)  $(1+i)^{20}$ ;      е)  $(\sqrt{3}+i)^6$ ;      ж)  $(1-i)^{20}$ ;      з)  $(1+i)^{10}$

1.2 Найти модуль и аргумент комплексного числа:

а)  $\frac{5i}{i+2}$ ;      б)  $\frac{5i-5}{2i+1}$ ;      в)  $\frac{4i-2}{i-1}$ ;      г)  $\frac{5i+5}{2i-1}$

1.3 Вычислить:

а)  $z - \frac{1}{\bar{z}}$ , если  $z = i-1$ ;      б)  $z - \frac{1}{\bar{z}}$ , если  $z = i+1$ ;      в)  $\frac{z}{\bar{z}}$ , если  $z = 3i+1$ ;  
 г)  $\left| (1+3i)\overline{(3+i)} \right|$ ;      д)  $\left| \frac{3+i}{1-3i} \right|$ ;      е)  $\left| \left( \frac{2+4i}{3+i} \right)^2 \right|$ ;  
 ж)  $\left| (1+i)^6 \right|$ ;      з)  $\operatorname{Im} \left( \frac{3-i}{2+i} \right)^{13}$ ;      и)  $\operatorname{Re} \left( \frac{2-i}{3+i} \right)^{11}$ .

1.4 Найти значение выражения  $z = z_1 z_2$ , если  $x$  – действительное число и

а)  $z_1 = x+3i$ ,  $z_2 = 1+2i$  и  $\operatorname{Re} z = -4$ ;      б)  $z_1 = x+5i$ ,  $z_2 = 2-i$  и  $\operatorname{Re} z = 9$ ;  
 в)  $z_1 = x+3i$ ,  $z_2 = 1+2i$  и  $\operatorname{Im} z = 7$ ;      г)  $z_1 = 1+ix$ ,  $z_2 = 2x+i$  и  $\operatorname{Im} z = 1$ ;  
 д)  $z_1 = 2-i$ ,  $z_2 = 5+ix$  и  $\operatorname{Re} z = 5$ .

#### 2. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.

Изобразить на комплексной плоскости множества точек, задаваемые уравнениями и неравенствами

2.1 а)  $|z-i| + |z+i| = 4$ ;      б)  $|z-i| - |z+i| = 2$ ;      в)  $|z-1+i| = |z+3|$   
 2.2 а)  $|z| - 3\operatorname{Im} z = 6$ ;      б)  $3|z| - \operatorname{Re} z = 12$ ;      в)  $\bar{z} = z^2$   
 2.3 а)  $|z-i| < 3$ ;      б)  $|z+1+i| > \sqrt{2}$ ;      в)  $1 < |z-1+2i| < 3$   
 2.4 а)  $\frac{\pi}{4} < \arg z < \frac{\pi}{3}$ ;      б)  $\frac{\pi}{2} < \arg(z+i) < \frac{3\pi}{4}$ ;      в)  $\pi < \operatorname{Im} z < 2\pi$   
 2.5 а)  $|z-i| + |z+i| < 5$ ;      б)  $|z-2| + |z+2| > 3$       в)  $|z| > \operatorname{Re} z + 1$   
 2.6 а)  $\operatorname{Im} z > 0$ ;      б)  $\operatorname{Im} iz > 2$ ;      в)  $\pi < \operatorname{Re} z < 2\pi$   
 2.7 а)  $\operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z < 1$ ;      б)  $|z+i| > |z-1|$ ;      в)  $|2z| > |1+z^2|$

#### 3. Функции комплексной переменной. Решение простейших уравнений

3.1 Вычислить (результат представить в виде  $z = x + iy$ ):

3.1.1 а)  $\cos(2+i)$ ;      б)  $\sin 2i$ ;      в)  $\cos \pi i$ ;      г)  $\operatorname{tg}(2-i)$   
 3.1.2 а)  $\operatorname{Ln} 2$ ;      б)  $\ln 2$ ;      в)  $\operatorname{Ln} i$ ;      г)  $\operatorname{Ln}(2-3i)$ ;  
 д)  $\ln(i^i)$ ;      е)  $\ln(i^i)$   
 3.1.3 а)  $1^{\left(\frac{1+i}{1-i}\right)}$ ;      б)  $i^\pi$ ;      в)  $\pi^i$ ;      г)  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^i$

3.2 Найти все решения уравнения:

3.2.1 а)  $z^3 - 8 = 0$ ;      б)  $z^4 - 1 = 0$ ;      в)  $z^4 + 1 = 0$   
 3.2.2 а)  $z^2 + z + 1 = 0$ ;      б)  $z^2 - 4z + 13 = 0$ ;      в)  $|z| = z^2$

#### 4. Условия Коши-Римана. Аналитические и гармонические функции.

4.1 Проверить, выполняются ли условия Коши-Римана для функций

4.1.1 а)  $f(z) = \frac{i}{z}$ , б)  $f(z) = z^2$ , в)  $f(z) = (z + 2i)^3$ ;

4.1.2 а)  $f(z) = e^z$ , б)  $f(z) = \sin 2z$ , в)  $f(z) = \operatorname{ch} z$ ;

4.1.3 а)  $f(z) = \operatorname{Ln} z$ , б)  $f(z) = \frac{1}{2} \left( z + \frac{1}{z} \right)$ , в)  $f(z) = z^n$ ;

4.1.4 а)  $f(z) = \bar{z}$ , б)  $f(z) = z \cdot |z|$ , в)  $f(z) = z \cdot \operatorname{Re} z$ ;

4.2 Проверить, может ли указанная пара функций  $u(x, y)$  и  $v(x, y)$  быть действительной и мнимой частью аналитической функции комплексной переменной  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ , где  $z = x + iy$

4.2.1  $u(x, y) = \frac{y}{x^2 + y^2}$ ,  $v(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}$  (в области, не содержащей точку  $z = 0$ )

4.2.2  $u(x, y) = \frac{-x}{x^2 + y^2}$ ,  $v(x, y) = \frac{y}{x^2 + y^2}$  (в области, не содержащей точку  $z = 0$ )

## 5. Интеграл по кривой на комплексной плоскости. Интегральная формула Коши.

Вычислить интегралы по указанным кривым на комплексной плоскости

5.1  $\int_C z dz$  а) по отрезку прямой, соединяющему точки  $z = 0$  и  $z = 1 + i$ ;  
 б) по дуге параболы  $y = x^2$ , соединяющей точки  $z = 0$  и  $z = 1 + i$ ;  
 в) по кривой, состоящей из двух прямолинейных отрезков, соединяющих точки  $z = 0$ ,  $z = 1$  и  $z = 1 + i$ .

5.2  $\int_C \bar{z} dz$  а) по отрезку прямой, соединяющему точки  $z = 0$  и  $z = 1 + i$ ;  
 б) по дуге параболы  $y = x^2$ , соединяющей точки  $z = 0$  и  $z = 1 + i$ ;  
 в) по кривой, состоящей из двух прямолинейных отрезков, соединяющих точки  $z = 0$ ,  $z = 1$  и  $z = 1 + i$ .

## 6. Степенные ряды. Ряд Тейлора. Ряд Лорана.

6.1 Определить область сходимости степенного ряда

а)  $\sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{z}{1-i} \right)^n$ ; б)  $\sum_{n=0}^{\infty} e^{in} (z-2)^n$ ; в)  $\sum_{n=0}^{\infty} i^n (z+1)^n$ ; г)  $\sum_{n=0}^{\infty} \cos(in) (z-i)^n$ ;

6.2 Разложить функцию  $f(z)$  в ряд Тейлора с центром в указанной точке (выписать весь ряд или указать 4 первые ненулевые слагаемые). Найти радиус сходимости полученного ряда.

6.2.1  $f(z) = \frac{(1+z)^2}{z}$  с центром в точке а)  $z = 1$ ; б)  $z = -1$

6.2.2  $f(z) = \frac{(z-1)^2}{2-z}$  с центром в точке а)  $z = 1$ ; б)  $z = 0$

6.3 Разложить функцию  $f(z)$  в ряд Лорана в окрестности точки  $z = 0$

а)  $f(z) = \frac{\sin z}{z^2}$ ; б)  $f(z) = \frac{\sin^2 z}{z}$ ; в)  $f(z) = \frac{e^z}{z}$ ; г)  $f(z) = z^3 e^{\frac{1}{z}}$ ;

д)  $f(z) = z^4 \cos \frac{1}{z}$ ; е)  $f(z) = \frac{1 - \cos z}{z^2}$ ; ж)  $f(z) = \frac{1 - e^{-z}}{z^3}$ .

6.4 Разложить функцию  $f(z)$  в ряд Лорана в указанном кольце, либо в окрестности заданной точки (в последнем случае найти область сходимости ряда).

6.4.1  $f(z) = \frac{1}{(z-2)(z-3)}$  в кольце  $2 < |z| < 3$ , в окрестности точек  $z = 3$ ,  $z = \infty$

6.4.2  $f(z) = \frac{1}{z^2 + z}$  в окрестности точек  $z = 0$ ,  $z = 1$ ,  $z = \infty$

## 7. Классификация особых точек.

Найти все особые точки функции  $f(z)$  и определить их тип (если особая точка изолированная). Исследовать поведение функции в окрестности точки  $z^* = \infty$ .

7.1  $f(z) = \frac{\sin z}{z}$  7.2  $f(z) = \frac{\sin z}{z^2}$  7.3  $f(z) = \frac{e^z - 1}{z^3}$

## 8. Вычеты. Вычисление контурных интегралов с помощью вычетов.

8.1 Найдите вычеты функции  $f(z)$  относительно всех изолированных особых точек и бесконечно удаленной точки, если она не является предельной для особых точек.

8.1.1 а)  $f(z) = \frac{e^z}{z^2(z^2+1)}$ ;    б)  $f(z) = \frac{z}{(z+1)^3(z-2)^2}$ ;    в)  $f(z) = \frac{e^{iz}}{(z^2-1)(z+2)}$ ;

г)  $f(z) = \frac{z^2+z-2}{z^3+1}$ ;    д)  $f(z) = \frac{\sin z}{(z+2)^3}$

## 9. Вычисление определенных интегралов с помощью вычетов.

9.1 Вычислить определенные интегралы, сведя их к интегралам по окружности  $|z|=1$  с помощью замены переменной  $z = e^{ix}$

9.1.1  $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{\cos x - 5}$

9.1.2  $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{26 - 10 \cos x}$

9.1.3  $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{10 - 6 \cos x}$

9.2 Вычислить несобственные интегралы

9.2.1  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x dx}{(x^2 - 4x + 13)^2}$

9.2.2  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 2x + 2)^2}$

9.2.3  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^3}$

9.3 Вычислить несобственные интегралы, используя лемму Жордана

9.3.1  $\int_0^{\infty} \frac{\cos x dx}{x^2 + 1}$

9.3.2  $\int_0^{\infty} \frac{\cos 2x dx}{x^2 + 1}$

9.3.3  $\int_0^{\infty} \frac{\cos x dx}{x^2 + 4}$

8. Записать комплексное число в алгебраической, тригонометрической и показательной формах.

9. Изобразить на комплексной плоскости множества точек, задаваемые уравнениями и неравенствами

## 10. Преобразование Лапласа

10.1 Применяя преобразование Лапласа, решить задачу Коши

10.1.1  $\begin{cases} y'' + y = t \sin t, & t > 0 \\ y(0) = 1, & y'(0) = 0 \end{cases}$

10.1.2  $\begin{cases} y'' + y = t \sin t, & t > 0 \\ y(0) = 0, & y'(0) = 1 \end{cases}$

10.2 Формула Меллина. Вычислить интегралы

10.2.1  $\frac{1}{2\pi i} \int_{1-i\infty}^{1+i\infty} \frac{e^{pt}}{p+2} dp$ , считая, что  $t > 0$

10.2.2  $\frac{1}{2\pi i} \int_{1-i\infty}^{1+i\infty} \frac{e^{pt}}{p+2} dp$ , считая, что  $t < 0$

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

**УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

УТВЕРЖДЕНЫ

на заседании кафедры шахматного искусства и  
компьютерной математики

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ**

**ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ**

**по дисциплине**

**Варианты контрольных работ**

**Контрольная работа № 1**

**Вариант 1**

1. Вычислить:

а).  $\sqrt[3]{-2+2i}$ ; б).  $3^{2-i}$ ; в).  $\operatorname{ch}(2+i)$ .

2. Для функции  $f(z)$  найти область аналитичности и производную, если она существует

а).  $f(z) = z^2 - \operatorname{Re} z + 2i$ ; б).  $f(z) = \frac{1}{z - 4i}$ .

3. Проверить, может ли функция  $v(x, y) = x^2 - y^2 - 2y$  быть мнимой частью аналитической функции. Если может, то восстановить эту функцию.

## Контрольная работа № 2

### Вариант 1

1. Вычислить интеграл:  $\int_L \operatorname{Re}(z^2) dz$ , где  $L$  – дуга параболы  $y = 2x^2$  от точки  $z_1 = 0$  до точки  $z_2 = 1 + 2i$ .

2. Разложить функцию в ряд Лорана в указанном кольце:

$$f(z) = \frac{1}{z^2 + 3z - 4}, \quad 2 < |z + 1| < 3.$$

3. Найти все конечные изолированные особые точки функции  $f(z)$ , определить их тип. Найти вычеты.

$$\text{а). } f(z) = \frac{e^{2z} - z}{z^2}; \quad \text{б). } f(z) = \frac{\sin z}{z^3(z+1)}.$$

4. Вычислить интегралы:

$$\text{а). } \oint_{|z-i|=2} \frac{\operatorname{ch} z}{(z-i)(z+2)} dz; \quad \text{б). } \oint_{|z|=3} \frac{z}{(z-2)^2} dz.$$

## Контрольная работа № 3

### Вариант 1

1. Найти изображение оригинала  $f(t) = t^2 \sin 5t + 3e^{-2t}$

2. Найти оригинал по изображению  $F(p) = \frac{p+1}{p^3 + 4p^2 + 5p}$ .

3. Решить уравнение  $x'' + x' - 2x = e^t$ ,  $x(0) = 1$ ,  $x'(0) = 0$ .



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования  
УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДЕНЫ

на заседании кафедры шахматного  
искусства и компьютерной математики

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ  
ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ

по дисциплине

**Теория функций комплексного переменного**

**Экзаменационный билет №1**

1. Определение комплексного числа, алгебраическая форма комплексного числа.
2. Вычислить интеграл

$$\oint_{|z|=2} \frac{e^z dz}{(z+1)^3}$$

Уральский государственный экономический университет	Зав. кафедрой УТВЕРЖДАЮ
--	----------------------------

**Экзаменационный билет №2**

1. Операции сложения и умножения комплексных чисел. Их геометрическая интерпретация.

2. Вычислить интеграл , используя формулу Коши

$$\oint_C \frac{dz}{z(z^2-1)} \quad (C - \text{замкнутая спрямляемая кривая, не проходящая}$$

через точки  $z=0$ ,  $z=1$

и  $z=-1$ ). Найти все возможные значения указанного интеграла при различных положениях контура  $C$ .

|

**Экзаменационный билет №3**

1. Операция комплексного сопряжения и ее свойства. Ее геометрическая интерпретация.

2. Вычислить:

$$\oint_{|z+i|=2} \frac{\sin z dz}{z(1-z)^2}$$

**Экзаменационный билет №4**

1. Модуль и аргумент комплексного числа. Их геометрическая интерпретация.

2. Вычислить :

$$\oint_{|z|=1} \frac{e^z \cos \pi z dz}{z^2 + 2z}$$

**Экзаменационный билет №5**

1. Тригонометрическая форма комплексного числа.

2. Вычислить:

$$\oint_{|z|=1} \frac{e^z \cos \pi z dz}{z^2 + 2z}$$

Уральский государственный  
экономический университет

Зав. кафедрой  
УТВЕРЖДАЮ

---

**Экзаменационный билет №6**

1 Показательная форма комплексного числа.

2. Вычислите интегралы по указанным кривым на комплексной плоскости

$$\int_C z dz \quad \text{а) по отрезку прямой, соединяющему точки } z = 0 \text{ и } z = 1 + i;$$

Уральский государственный  
экономический университет

Зав. кафедрой  
УТВЕРЖДАЮ

---

## Экзаменационный билет №7

1. Возведение комплексного числа в целую степень

Корень  $l$ -ой степени из комплексного числа.

2. Вычислите интегралы по указанным кривым на комплексной плоскости

$$\int_C z dz$$

б) по дуге параболы  $y = x^2$ , соединяющей точки  $z = 0$  и  $z = 1 + i$ ;

Уральский государственный  
экономический университет

Зав. кафедрой  
УТВЕРЖДАЮ

---

## Экзаменационный билет №8

1. Возведение комплексного числа в рациональную степень

2. Вычислите интегралы по указанным кривым на комплексной плоскости

$$\int_C z dz$$

в) по кривой, состоящей из двух прямолинейных отрезков, соединяющих точки  $z = 0$ ,  $z = 1$  и  $z = 1 + i$ .

**Экзаменационный билет №9**

1. Понятие комплексной плоскости. Понятие бесконечно удаленной точки и расширенной комплексной плоскости.

2. Вычислите интегралы по указанным кривым на комплексной плоскости

$$\int_C \bar{z} dz \quad \text{а) по отрезку прямой, соединяющему точки } z = 0 \text{ и } z = 1 + i;$$

**Экзаменационный билет №10**

1. Определение функции комплексной переменной.

Однолиственная функция, многолиственная функция. Примеры.

2. Вычислите интегралы по указанным кривым на комплексной плоскости

$$\int_C |z|^2 dz \quad \text{а) по отрезку прямой, соединяющему точки } z = -2i \text{ и } z = 2i;$$

**Экзаменационный билет №11**

1.  $n$  – мерные векторы. Аксиоматическое определение  $n$  – мерного векторного пространства.

2. Вычислите интегралы по указанным кривым на комплексной плоскости

$$\int_C z^2 dz \quad \text{а) по отрезку прямой, соединяющему точки } z = -2i$$

и  $z = 2i$ ;

**Экзаменационный билет №12**

1. Понятие однозначной ветви многозначной функции. Понятие точки ветвления многозначной функции. Примеры

2. Вычислите интегралы по указанным кривым на комплексной плоскости

$$\oint_{|z|=R} \frac{dz}{z} \quad (\text{обход окружности } |z|=R \text{ в положительном}$$

направлении)

**Экзаменационный билет №13**

1. Дробно-линейная функция

2. Вычислите интегралы по указанным кривым на комплексной плоскости

$$\oint_{|z|=R} \frac{dz}{\bar{z}} \quad (\text{обход окружности } |z|=R \text{ в положительном}$$

направлении)

**Экзаменационный билет №14**

1. Возведение комплексного числа в комплексную степень.

2. Вычислить интеграл

$$\int_L \frac{1}{z-z_0} dz \quad \text{и} \quad \int_L (z-z_0)^n dz \quad (n \in \mathbb{N}) \quad \text{по окружности } L \text{ радиуса } R \text{ с центром в т. } z_0$$



**Экзаменационный билет №15**

1. Неравенство треугольника для комплексной плоскости.
2. Вычислить интеграл

$$\int_{|z|=2} \frac{\sin z}{z+i} dz$$

**Экзаменационный билет №16**

1. Модуль и аргумент произведения комплексных чисел

Найти все разложения функции  $f(z) = \frac{8z-4}{(4+z)(2-z)^2}$  по степеням  $z$ .

2. -- .

**Экзаменационный билет №17**

1. Выведите формулу для произведения комплексных чисел в тригонометрической форме.

2. Вычислить интеграл  $\int_{|z+1|=3} \frac{\operatorname{sh} z}{(z-1)^2} dz$

**Экзаменационный билет №18**

1. Выведите формулу для отношения комплексных чисел в тригонометрической форме, показательной форме.

2. Найти вычет функции  $f(z) = \frac{e^{iz}}{z^2 + 1}$ ,  $z_0 = i$ .

**Экзаменационный билет №19**

1. Выведите формулу для произведения комплексных чисел в показательной форме.

2. . Вычислить интеграл

$$\int_{|z-1|=2} \frac{\sin z}{z+i} dz$$

**Экзаменационный билет №20**

1. Выведите формулу для отношения комплексных чисел в показательной форме.

2. Вычислить интеграл

$$\int_{(AB)} \bar{z} dz; (AB): y = x^2, 0 \leq x \leq 1.$$

