

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный экономический университет»

Одобрена

на заседании кафедры

27.12.2019 г.

протокол № 3

Зав. кафедрой

Стариков Е.Н.

Утверждена

Советом по учебно-методическим вопросам
и качеству образования

15 января 2020 г.

протокол № 5

Председатель  Карх Д.А.

(подпись)



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины	Геометрия и топология
Направление подготовки	02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем
Профиль	Разработка и администрирование информационных систем
Форма обучения	очная
Год набора	2020

Разработана:
доцент, кандидат физико-математических наук, доцент
Ефимов Константин Сергеевич

Екатеринбург
2020 г.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	3
2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП	3
3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ	3
4. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ОПОП	3
5. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН	4
6. ФОРМЫ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ШКАЛЫ ОЦЕНИВАНИЯ	5
7. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	7
8. ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ ДЛЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ	9
9. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	10
10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ВКЛЮЧАЯ ПЕРЕЧЕНЬ ЛИЦЕНЗИОННОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ, ОНЛАЙН КУРСОВ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ	10
11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ	11

ВВЕДЕНИЕ

Рабочая программа дисциплины является частью основной профессиональной образовательной программы высшего образования - программы бакалавриата, разработанной в соответствии с ФГОС ВО

ФГОС ВО	Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем (уровень бакалавриата) (приказ Минобрнауки России от 23.08.2017г. №809)
ПС	

1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

формирование компетенций, направленных на использование законов и методов математических наук при решении профильных задач, овладение студентами понятиями и методами современной математики, помогающими анализировать, моделировать и решать прикладные задачи, соответствующие специальности «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем».

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина относится к базовой части учебного плана.

3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Промежуточный контроль	Часов					3.е.
	Всего за семестр	Контактная работа (по уч.зан.)			Самостоятельная работа в том числе подготовка контрольных и курсовых	
		Всего	Лекции	Практические занятия, включая курсовое проектирование		
Семестр 2						
Зачет	108	54	18	36	18	3
Семестр 3						
Экзамен	180	56	28	28	88	5
	288	110	46	64	106	8

4. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ОПОП

В результате освоения ОПОП у выпускника должны быть сформированы компетенции, установленные в соответствии ФГОС ВО.

Общепрофессиональные компетенции (ОПК)

Шифр и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенций
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИД-1.ОПК-1 Знать: обладать базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. Уметь: использовать их в профессиональной деятельности. Иметь навыки: теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.

Профессиональные компетенции (ПК)

Шифр и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенций
научно-исследовательский	
ПК-8 Способен проводить под научным руководством исследование на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	ИД-1.ПК-8 Знать: основы научной работы, современные методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации; основные принципы защиты информации БД. Уметь: решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой. Иметь навыки: проведения научных исследований с использованием методов математического моделирования, а также решать задачи, связанные с выбором способов защиты информации БД.

5. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

Тема	Часов						
	Наименование темы	Всего часов	Контактная работа (по уч.зан.)			Самост. работа	Контроль самостоятельной работы
			Лекции	Лабораторные	Практические занятия		
Семестр 2		13					
Тема 1.	Вектора. Системы координат. Линейное пространство.	5	2		3		
Тема 2.	Произведения векторов.	8	1		3	4	
Семестр 2		14					
Тема 3.	Ориентация прямой и плоскости. Прямая на плоскости. Плоскость в пространстве.	7	2		5		
Тема 4.	Прямая в пространстве.	7	2		3	2	
Семестр 2		21					
Тема 5.	Топология в множестве. Отображения.	6	2		4		
Тема 6.	Свойства пространства	5	2		3		
Тема 7.	Перемножение и факторизация топологических пространств.	10	1		3	6	
Семестр 2		24					
Тема 8.	Выпуклые множества и тела.	9	3		6		
Тема 9.	Основные теоремы о выпуклых множествах.	15	3		6	6	
Семестр 2		94					
Тема 10.	Геометрическая кривая. Свойства параметризации кривой.	47	9		9	29	
Тема 11.	Геометрическая поверхность.	47	9		9	29	
Семестр 2		50					
Тема 12.	Фундаментальная группа топологического пространства	50	10		10	30	

6. ФОРМЫ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ШКАЛЫ ОЦЕНИВАНИЯ

Раздел/Тема	Вид оценочного средства	Описание оценочного средства	Критерии оценивания
Текущий контроль (Приложение 4)			
Векторная алгебра	тест №1 (Приложение 4)	тестирование с выбором/вводом ответов	15 баллов
Аналитическая геометрия	аудиторная контрольная работа (Приложение 4)	три задачи с полным решением	20 баллов
Элементы общей топологии	тест №2 (Приложение 4)	тестирование с выбором/вводом ответов	2 балла
Элементы теории выпуклых множеств	тест №3 (Приложение 4)	тестирование с выбором/вводом ответов	3 балла
Дифференциальная геометрия	домашняя контрольная работа (Приложение 4)	тестовые задания и задания с полным решением.	50 баллов
Фундаментальная группа топологического пространства	тест №4 (Приложение 4)	тестирование с выбором/вводом ответов	5 баллов
Промежуточный контроль (Приложение 5)			
3 семестр (Эк)	устный экзамен (Приложение 5)	билет содержит один теоретический вопрос и две задачи	теоретический вопрос - 34 балла задачи по 33 балла
2 семестр (За)	письменный зачет (Приложение 5)	билет содержит 2 задачи	задачи по 50 баллов

ОПИСАНИЕ ШКАЛ ОЦЕНИВАНИЯ

Показатель оценки освоения ОПОП формируется на основе объединения текущей и промежуточной аттестации обучающегося.

Показатель рейтинга по каждой дисциплине выражается в процентах, который показывает уровень подготовки студента.

Текущая аттестация. Используется 100-балльная система оценивания. Оценка работы студента в течении семестра осуществляется преподавателем в соответствии с разработанной им системой оценки учебных достижений в процессе обучения по данной дисциплине.

В рабочих программах дисциплин и практик закреплены виды текущей аттестации, планируемые результаты контрольных мероприятий и критерии оценки учебных достижений.

В течение семестра преподавателем проводится не менее 3-х контрольных мероприятий, по оценке деятельности студента. Если посещения занятий по дисциплине включены в рейтинг, то данный показатель составляет не более 20% от максимального количества баллов по дисциплине.

Промежуточная аттестация. Используется 5-балльная система оценивания. Оценка работы студента по окончанию дисциплины (части дисциплины) осуществляется преподавателем в соответствии с разработанной им системой оценки достижений студента в процессе обучения по данной дисциплине. Промежуточная аттестация также проводится по окончанию формирования компетенций.

Порядок перевода рейтинга, предусмотренных системой оценивания, по дисциплине, в пятибалльную систему.

Высокий уровень – 100% - 70% - отлично, хорошо.

Средний уровень – 69% - 50% - удовлетворительно.

Показатель оценки	По 5-балльной системе	Характеристика показателя
100% - 85%	отлично	обладают теоретическими знаниями в полном объеме, понимают, самостоятельно умеют применять, исследовать, идентифицировать, анализировать, систематизировать, распределять по категориям, рассчитать показатели, классифицировать, разрабатывать модели, алгоритмизировать, управлять, организовать, планировать процессы исследования, осуществлять оценку результатов на высоком уровне
84% - 70%	хорошо	обладают теоретическими знаниями в полном объеме, понимают, самостоятельно умеют применять, исследовать, идентифицировать, анализировать, систематизировать, распределять по категориям, рассчитать показатели, классифицировать, разрабатывать модели, алгоритмизировать, управлять, организовать, планировать процессы исследования, осуществлять оценку результатов. Могут быть допущены недочеты, исправленные студентом самостоятельно в процессе работы (ответа и т.д.)
69% - 50%	удовлетворительно	обладают общими теоретическими знаниями, умеют применять, исследовать, идентифицировать, анализировать, систематизировать, распределять по категориям, рассчитать показатели, классифицировать, разрабатывать модели, алгоритмизировать, управлять, организовать, планировать процессы исследования, осуществлять оценку результатов на среднем уровне. Допускаются ошибки, которые студент затрудняется исправить самостоятельно.
49 % и менее	неудовлетворительно	обладают не полным объемом общих теоретическими знаниями, не умеют самостоятельно применять, исследовать, идентифицировать, анализировать, систематизировать, распределять по категориям, рассчитать показатели, классифицировать, разрабатывать модели, алгоритмизировать, управлять, организовать, планировать процессы исследования, осуществлять оценку результатов. Не сформированы умения и навыки для решения
100% - 50%	зачтено	характеристика показателя соответствует «отлично», «хорошо», «удовлетворительно»
49 % и менее	не зачтено	характеристика показателя соответствует «неудовлетворительно»

7. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1. Содержание лекций

<p>Тема 1. Вектора. Системы координат. Линейное пространство. Векторы: основные понятия, свойства, операции. Понятие системы координат, их виды. Линейное пространство.</p>
<p>Тема 2. Произведения векторов. Произведения векторов.</p>
<p>Тема 3. Ориентация прямой и плоскости. Прямая на плоскости. Плоскость в пространстве. Виды уравнений и способы задания прямой на плоскости и плоскости в пространстве.</p>
<p>Тема 4. Прямая в пространстве. Теоретический материал по теме: "Прямая в пространстве."</p>
<p>Тема 5. Топология в множестве. Отображения. Введение в топологию: основные понятия, свойства, взаимоотношения.</p>
<p>Тема 6. Свойства пространства Теоретический материал: "Свойства пространства."</p>
<p>Тема 7. Перемножение и факторизация топологических пространств. Теоретический материал по теме: "Перемножение и факторизация топологических пространств."</p>
<p>Тема 8. Выпуклые множества и тела. Теоретический материал по теме: "Выпуклые множества и тела."</p>
<p>Тема 9. Основные теоремы о выпуклых множествах. Теоретический материал по теме: "Основные теоремы о выпуклых множествах."</p>
<p>Тема 10. Геометрическая кривая. Свойства параметризации кривой. Теоретический материал по теме: "Геометрическая кривая. Свойства параметризации кривой."</p>
<p>Тема 11. Геометрическая поверхность. Теоретический материал по теме: "Геометрическая поверхность."</p>
<p>Тема 12. Фундаментальная группа топологического пространства Теоретический материал по теме: "Фундаментальная группа топологического пространства."</p>

7.2 Содержание практических занятий и лабораторных работ

<p>Тема 1. Вектора. Системы координат. Линейное пространство. Различные модели и подходы к векторам и системам координат. Способы задания. Операции над векторами. Линейное пространство."</p>
<p>Тема 2. Произведения векторов. Решение задач по теме: "Произведения векторов."</p>
<p>Тема 3. Ориентация прямой и плоскости. Прямая на плоскости. Плоскость в пространстве. Составление уравнений прямых на плоскости, плоскостей в пространстве. Нахождение взаимосвязей между объектами.</p>
<p>Тема 4. Прямая в пространстве. Решение задач по теме: "Прямая в пространстве."</p>
<p>Тема 5. Топология в множестве. Отображения. Решение задач по теме "Топология в множестве. Отображения."</p>
<p>Тема 6. Свойства пространства Решение задач по теме: "Свойства пространства."</p>
<p>Тема 7. Перемножение и факторизация топологических пространств. Решение задач по теме: "Перемножение и факторизация топологических пространств."</p>
<p>Тема 8. Выпуклые множества и тела. Решение задач по теме: "Выпуклые множества и тела."</p>
<p>Тема 9. Основные теоремы о выпуклых множествах. Решение задач по теме: "Основные теоремы о выпуклых множествах."</p>
<p>Тема 10. Геометрическая кривая. Свойства параметризации кривой. Решение задач по теме: "Геометрическая кривая. Свойства параметризации кривой."</p>
<p>Тема 11. Геометрическая поверхность. Решение задач по теме: "Геометрическая поверхность."</p>
<p>Тема 12. Фундаментальная группа топологического пространства Решение задач по теме: "Фундаментальная группа топологического пространства."</p>

7.3. Содержание самостоятельной работы

Тема 2. Произведения векторов. Изучение свойств и применений скалярного, векторного и смешанного произведений векторов.
Тема 4. Прямая в пространстве. Изучение видов уравнений прямой в пространстве и их связей
Тема 7. Перемножение и факторизация топологических пространств. Изучение свойств операций перемножения и факторизации топологических пространств
Тема 9. Основные теоремы о выпуклых множествах. Самостоятельное рассмотрение доказательств некоторых теорем о выпуклых множествах
Тема 10. Геометрическая кривая. Свойства параметризации кривой. Изучение видов кривых, способов их задания и способов параметризации.
Тема 11. Геометрическая поверхность. Изучение поверхностей, способов их задания, свойств уравнений поверхностей.
Тема 12. Фундаментальная группа топологического пространства Изучение свойств фундаментальной группы топологического пространства.

7.3.1. Примерные вопросы для самостоятельной подготовки к зачету/экзамену
Приложение 1

7.3.2. Практические задания по дисциплине для самостоятельной подготовки к зачету/экзамену
Приложение 2

7.3.3. Перечень курсовых работ
материалы не предусмотрены

7.4. Электронное портфолио обучающегося
Материалы не размещаются.

7.5. Методические рекомендации по выполнению контрольной работы
материалы не предусмотрены

7.6 Методические рекомендации по выполнению курсовой работы
материалы не предусмотрены

8. ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ ДЛЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

По заявлению студента

В целях доступности освоения программы для лиц с ограниченными возможностями здоровья при необходимости кафедра обеспечивает следующие условия:

- особый порядок освоения дисциплины, с учетом состояния их здоровья;
- электронные образовательные ресурсы по дисциплине в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья;
- изучение дисциплины по индивидуальному учебному плану (вне зависимости от формы обучения);
- электронное обучение и дистанционные образовательные технологии, которые предусматривают возможности приема-передачи информации в доступных для них формах.
- доступ (удаленный доступ), к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам, состав которых определен РПД.

9. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Сайт библиотеки УрГЭУ

<http://lib.usue.ru/>

Основная литература:

1. Примаков Д. А., Хамидуллин Р. Я.. Геометрия и топология:учебное пособие. - Москва: Московская финансово-промышленная академия (МФПА), 2011. - 272 с.
2. Игнаточкина Л. А.. Топология для бакалавров математики:учебное пособие. - Москва: Прометей, 2016. - 88 с.
3. Мельников Ю. Б.. Высшая математика. Линейная алгебра и геометрия [Электронный ресурс]:электронное учебное пособие. - Екатеринбург: [б. и.], 2016. - 1 on-line – Режим доступа: <http://lib.usue.ru/resource/free/17/MelnikovAlgebra7/index.html>
4. Примаков Д. А., Хамидуллин Р. Я.. Геометрия и топология [Электронный ресурс]:ВО - Бакалавриат. - Москва: Московская финансово-промышленная академия (МФПА), 2011. - 272 с. – Режим доступа: <https://new.znaniium.com/catalog/product/451172>

Дополнительная литература:

1. Письменный Д. Т.. Конспект лекций по высшей математике:полный курс. - Москва: Айрис- пресс, 2004. - 603 с.
2. Виро О. Я., Иванов О. А., Нецветаев Н. Ю., Харламов В. М.. Элементарная топология:научное издание. - Москва: Издательство МЦНМО, 2010. - 355 с.
3. Подран В. Е.. Элементы топологии:учебное пособие для студентов, обучающихся по направлению 540200 "Физико-математическое образование". - Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2008. - 186 с.

10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ВКЛЮЧАЯ ПЕРЕЧЕНЬ ЛИЦЕНЗИОННОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ, ОНЛАЙН КУРСОВ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Перечень лицензионное программное обеспечение:

Microsoft Windows 10 .Акт предоставления прав № Tr060590 от 19.09.2017. Срок действия лицензии 30.09.2020.

Astra Linux Common Edition. Договор № 1 от 13 июня 2018, акт от 17 декабря 2018. Срок действия лицензии - без ограничения срока.

Microsoft Office 2016. Акт предоставления прав № Tr060590 от 19.09.2017. Срок действия лицензии 30.09.2020.

Libre Office. Лицензия GNU LGPL. Срок действия лицензии - без ограничения срока.

Adobe Acrobat DC Pro. Договор № 180-С-2019 от 17.12.2019. Срок действия лицензии 13.12.2020.

PTC Mathcad Express. PTC Mathcad Express for an unlimited time. Срок действия лицензии - без ограничения срока.

Архиватор 7-Zip. Лицензия GNU LGPLv2.1 + with unRAR restriction / LZMA SDK in the public domain. Срок действия лицензии - без ограничения срока.

FAR Manager. Лицензия Revised BSD license. Срок действия лицензии - без ограничения срока.

Adobe Reader. Лицензия freeware. Срок действия лицензии - без ограничения срока.

Перечень информационных справочных систем, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

<http://www.allmath.ru/mathan.html>

https://ru.wikipedia.org/wiki/Аналитическая_геометрия

<https://ru.wikipedia.org/wiki/Топология>

www.sosmath.com/index.html

11. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Реализация учебной дисциплины осуществляется с использованием материально-технической базы УрГЭУ, обеспечивающей проведение всех видов учебных занятий и научно-исследовательской и самостоятельной работы обучающихся:

Специальные помещения представляют собой учебные аудитории для проведения всех видов занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду УрГЭУ.

Все помещения укомплектованы специализированной мебелью и оснащены мультимедийным оборудованием спецоборудованием (информационно-телекоммуникационным, иным компьютерным), доступом к информационно-поисковым, справочно-правовым системам, электронным библиотечным системам, базам данных действующего законодательства, иным информационным ресурсам служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Для проведения занятий лекционного типа презентации и другие учебно-наглядные пособия обеспечивающие тематические иллюстрации

7.3.1. Примерные вопросы для самостоятельной подготовки к зачету/экзамену

К зачету

1. Векторы. Определение коллинеарных и компланарных векторов. Критерии коллинеарности и компланарности векторов.
2. Скалярное произведение векторов; основные свойства. Выражение скалярного произведения через координаты перемножаемых векторов в базисе ~~XXXX~~. Применение скалярного произведения в метрических вычислениях, физические приложения.
3. Векторное произведение векторов. Его основные свойства. Выражение векторного произведения через координаты перемножаемых векторов в базисе. Геометрические и физические приложения векторного произведения.
4. Смешанное произведение векторов. Основные свойства. Выражение смешанного произведения в координатной форме. Геометрический смысл смешанного произведения.
5. Прямая на плоскости. Вывод её уравнений.
6. Взаимное расположение двух плоскостей. Угловое соотношение между ними.
7. Взаимное расположение двух прямых. Угловые соотношения между ними.
8. Взаимное расположение прямой и плоскости. Угловые соотношения между ними.

К экзамену

1. Векторы. Определение коллинеарных и компланарных векторов. Критерии коллинеарности и компланарности векторов.
2. Скалярное произведение векторов; основные свойства. Выражение скалярного произведения через координаты перемножаемых векторов в базисе ~~XXXX~~. Применение скалярного произведения в метрических вычислениях, физические приложения.
3. Векторное произведение векторов. Его основные свойства. Выражение векторного произведения через координаты перемножаемых векторов в базисе. Геометрические и физические приложения векторного произведения.
4. Смешанное произведение векторов. Основные свойства. Выражение смешанного произведения в координатной форме. Геометрический смысл смешанного произведения.
5. Прямая на плоскости. Вывод её уравнений.
6. Взаимное расположение двух плоскостей. Угловое соотношение между ними.
7. Взаимное расположение двух прямых. Угловые соотношения между ними.
12. Взаимное расположение прямой и плоскости. Угловые соотношения между ними.
9. Локальные координаты. в R_n . Координатные линии и координатные поверхности. Якобиан системы.
10. Сферическая система. Координатные линии и координатные поверхности. Якобиан
11. Касательная прямая и вектор скорости параметризованной кривой. Линеаризация в точке.
13. Циклоида. Параметризация. Особые точки. Касательная в особой точке.
14. Винтовая линия.
15. Длина кривой. Определение. Независимость от параметризации.
16. Формулы длины дуги.
17. Натуральный параметр. Орт касательной. Ориентация кривой.
18. Эквивалентность дуги и хорды при стремлении концов дуги к одной точке.
19. Вектор скорости параметризации имеет постоянную длину тогда и только тогда, когда данный параметр линейно зависит от натурального параметра.

20. Кривизна. Определение. Геометрический смысл кривизны.
21. Главная нормаль и соприкасающаяся плоскость. Вектор главной нормали и вектор ускорения параметризации. Соприкасающаяся плоскость и векторы ускорения.
22. Соприкасающаяся окружность. Определение. Расстояние от кривой до соприкасающейся окружности
23. Репер Френе.
24. Уравнения (система) Френе. Кососимметричность матрицы Френе. Кручение.
25. Выражение высших производных.
26. Как изменение направления на кривой изменяет направление ортов Френе?
27. Зеркально симметричные кривые.
28. Бинормаль β и ее орт. Направление бинормали.
29. Ось и вектор мгновенного вращения репера Френе.
30. Вывод формулы кривизны в произвольной параметризации кривой.
31. Вывод формулы кручения в произвольной параметризации кривой.
32. Порядок отклонения кривой от координатных плоскостей репера Френе вблизи данной точки.
33. Восстановление кривой по натуральным уравнениям (функции кривизны и кручения в натуральном параметре).
34. Восстановление плоской кривой. (Решение уравнений Френе в двумерном случае.)
35. Римановы структуры и римановы метрики.
36. Полнота, теорема Хопфа.
37. Нормальные координаты.
38. Сопряженные точки.
39. Поля Якоби.
40. Пространства постоянной кривизны.
41. Многообразия неположительной кривизны.
42. Определение топологического пространства. Примеры. Метрические пространства. Замкнутые множества. Свойства замкнутых множеств.
43. Внутренние, внешние, граничные точки. Примеры в различных топологиях. Точка соприкосновения. Понятие о замыкании.
44. Базис топологического пространства. Связность. Теорема о получении связных множеств.
45. Отделимость, компактность.
46. Непрерывные отображения. Гомеоморфизм. Примеры. Контр примеры. Предмет топологии,
47. Определение многообразия, многообразия с краем. Примеры.
48. Понятие о клеточном разбиении двумерного многообразия с краем. Эйлерова характеристика многообразия. Аддитивность эйлеровой характеристики.
49. Гладкая поверхность. Локальная параметризация. Преобразования параметризаций.
50. Локальное представление поверхности в виде графика гладкой функции.
51. Касательная плоскость. Определение. Касательная плоскость как двумерное векторное пространство и как двумерное аффинное пространство.
52. Уравнение касательной плоскости к поверхности, заданной неявно.
53. Измерение длин кривых и углов между кривыми на поверхности с помощью первой квадратичной формы. Ортогональные системы координат.
54. Доказать выполнение критерия Сильвестра для коэффициентов первой квадратичной формы.

55. Измерение площади поверхности. Определение площади двойным интегралом. Независимость от параметризации. Формулы для вычисления площади в трех способах задания поверхности.
56. Поверхности. Вторая квадратичная форма. Выражение кривизны кривой на поверхности и определение второй квадратичной формы. Инвариантность второй квадратичной формы. Совпадение кривизн кривых на поверхности, имеющих общую соприкасающуюся плоскость.
57. Нормальные сечения. Нормальные кривизны. Знак нормальной кривизны. Теорема Мёнье.
58. Приведение первой и второй форм к главным направлениям в точке на поверхности.
59. Главные кривизны. Формула Эйлера. Экстремальное свойство главных кривизн. Кривизны как собственные числа матрицы второй квадратичной формы. Вычисление.
60. Гауссова кривизна и средняя кривизна. Определение и формулы.
61. Классификация точек поверхности.
62. Сферическое отображение. Кривизна как якобиан сферического отображения. Особые точки сферического отображения. Постоянный ранг 1. (Теорема о ранге без доказательства.) Доказательство теоремы Гаусса. Формула кривизны через коэффициенты 1-ой формы.
63. Поверхности постоянной кривизны

7.3.2. Практические задания по дисциплине для самостоятельной подготовки к зачету/экзамену

Примерные практические задания к зачету
Задание 1

Векторная алгебра : тест 3 (Иксов Игрек Зетович)

[Начать тест](#)

1. (3 б.) Если векторы \vec{a} , \vec{b} и $2\vec{a}+2\vec{b}$ отложить от точки с номером 22 (обведена кружком), то концы полученных направленных отрезков будут находиться в точках, соответственно, с номерами , и .

Выполните **необходимое построение**.

[Завершить тест](#) за задачи за коэфф-ты [Сравнить](#)

Задание 2

Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(2,-3,-5)$ и

$$\frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = z-1$$

точку пересечения прямой

и плоскости $3x + 5y - z - 2 = 0$.

Задание 3

Топология : тест 1 (Боликов Савелий Сергеевич)

[Начать тест](#)

1. (2 б.) Номера 1,2,3 отмечены границы трёх окрестностей точки M , являющейся **внутренней точкой** изображённого прямоугольника. Отметьте те номера, которыми отмечены границы окрестностей из определения внутренней точки M :

1 2 3

[Завершить тест](#) за задачи за коэфф-ты [Сравнить](#)

Ответы:

Примерные практические задания к экзамену

Задание 1

Векторная алгебра : тест 22 (Иксов Игрек Зетович)

Начать тест

1. (10 б.) Отметьте номером 1 (в квадратике) все те выражения, которые относятся к **скалярному произведению векторов** \vec{e}, \vec{g} , номером 2 — к **векторному произведению** этих векторов, номером 3 — к **смешанному произведению векторов** \vec{e}, \vec{g} :

$([\vec{e}; \vec{g}]; \vec{g})$; $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ e_x & e_y & e_z \\ g_x & g_y & g_z \end{vmatrix}$; $\begin{vmatrix} e_x & e_y & e_z \\ g_x & g_y & g_z \\ g_x & g_y & g_z \end{vmatrix}$;
 $\vec{g} \perp \vec{e}, \vec{g} \perp \vec{g}, \dots$; $(\vec{e}; \vec{g})$; $|\vec{e}| |\vec{g}| \cos \widehat{\vec{e}, \vec{g}}$; $e_x g_x + e_y g_y + e_z g_z$;
 $\vec{e} \vec{g} \vec{g}$; $|\vec{e}| |\vec{g}| \sin \widehat{\vec{e}, \vec{g}}, \dots$; $[\vec{e}; \vec{g}]$;

Завершить тест

за задачи

за коэфф-ты

Задание 2

Вычислить расстояние от точки $P(2,0,1)$ до плоскости, проходящей через три точки

$$M_1 (1,2,0), \quad M_2 (-1,1,0), \quad M_3 (0,0,1).$$

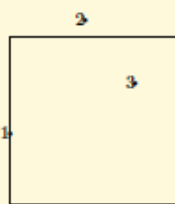
Задание 3

Топология : тест 3 (Боликов Савелий Сергеевич)

Начать тест

1. (3 б.) Изображены три точки с номерами 1,2,3. Укажите номер точки, которая является для прямоугольника:

- а) внутренней ; а) граничной ;
 а) внешней .



Завершить тест

за задачи

за коэфф-ты

Сравните

Ответы:

Задание 4

Дифф. геометрия : тест 1 (Краев Максим Александрович)

Начать тест Для линии $\vec{OM}(t) = (1+4t)^{3/2} \vec{i} + (2t^2-8t-9) \vec{j}$ переход к естественной параметризации осуществляется формулами (если при $t=0$ будет $s=0$, с ростом t значения s возрастают, при ответе используйте **правила ввода формул**):

1. (1 б.) $s =$

2. (1 б.) $t =$

3. (1 б.) $\vec{OM}(s) =$ $\vec{i} +$

4. (1 б.) $+$ \vec{j} .

Завершить тест
за задачи за коэффициенты

Задание 5

Докажите, что сфера S^n является многообразием.

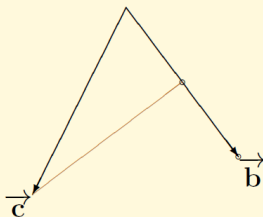
Примерные задания, которые будут включены в билеты для проведения промежуточной аттестации

Раздел 1.

Векторная алгебра : тест 6 (Иксов Игрек Зетович)

[Начать тест](#)

1. (2 б.) Известно, что $|\vec{b}| = 10$ и опущен перпендикуляр из конца \vec{c} на \vec{b} (изображен коричневым цветом). Знаками \circ отрезок \vec{b} разделён на равные части. Тогда для проекции и скалярного произведения
- пр $_{\vec{b}} \vec{c} = \square$, $(\vec{b}, \vec{c}) = \square$



[Завершить тест](#)

за задачи

за коэфф-ты

Векторная алгебра : тест 22 (Иксов Игрек Зетович)

[Начать тест](#)

1. (10 б.) Отметьте номером 1 (в квадратике) все те выражения, которые относятся к **скалярному произведению векторов** \vec{e}, \vec{g} , номером 2 — к **векторному произведению** этих векторов, номером 3 — к **смешанному произведению векторов** \vec{e}, \vec{g} :

$([\vec{e}; \vec{g}]; \vec{g})$; $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ e_x & e_y & e_z \\ g_x & g_y & g_z \end{vmatrix}$; $\begin{vmatrix} e_x & e_y & e_z \\ g_x & g_y & g_z \end{vmatrix}$;
 $\vec{g} \perp \vec{e}, \vec{g} \perp \vec{g} \dots$; $e_x g_x + e_y g_y + e_z g_z$;
 $(\vec{e}; \vec{g})$; $|\vec{e}| |\vec{g}| \cos \widehat{\vec{e}, \vec{g}}$; $e_x g_x + e_y g_y + e_z g_z$;
 $\vec{e} \vec{g} \vec{g}$; $|\vec{e}| |\vec{g}| \sin \widehat{\vec{e}, \vec{g}}, \dots$; $[\vec{e}; \vec{g}]$;

[Завершить тест](#)

за задачи

за коэфф-ты

Раздел 2.

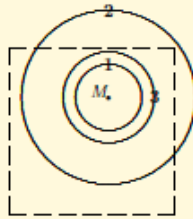
- Вычислить расстояние от точки $P(2,0,1)$ до плоскости, проходящей через три точки $M_1(1,2,0)$, $M_2(-1,1,0)$, $M_3(0,0,1)$.
- Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(2,-3,-5)$ и точку пересечения прямой $\frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = z-1$ и плоскости $3x+5y-z-2=0$.
- Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $P(1,3,-2)$, параллельно прямой $\begin{cases} x=5t+1, y=2t+2, z=-t-1 \\ t \in \mathbb{R} \end{cases}$ и $\frac{x-5}{2} = \frac{y-2}{-1} = z+7$.

Раздел 3.

Топология : тест 1 (Боликов Савелий Сергеевич)

[Начать тест](#)

1. (2 б.) Номерами 1,2,3 отмечены границы трёх окрестностей точки M , являющейся **внутренней точкой** изображённого прямоугольника. Отметьте те номера, которыми отмечены границы окрестностей из определения внутренней точки M :



1

2

3

[Завершить тест](#)

за задачи

за коэфф-ты

[Сравнить](#)

Ответы:

Раздел 4.

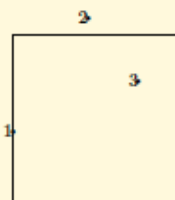
Топология : тест 3 (Боликов Савелий Сергеевич)

[Начать тест](#)

1. (3 б.) Изображены три точки с номерами 1,2,3. Укажите номер точки, которая является для прямоугольника:

а) внутренней ; а) граничной ;

а) внешней .



[Завершить тест](#)

за задачи

за коэфф-ты

[Сравнить](#)

Ответы:

Раздел 5.

Дифф.геометрия : тест 1 (Краев Максим Александрович)

[Начать тест](#)

Для линии $\vec{OM}(t) = (1+4t)^{3/2} \vec{i} + (2t^2-8t-9) \vec{j}$ переход к естественной параметризации осуществляется формулами (если при $t=0$ будет $s=0$, с ростом t значения s возрастают, при ответе используйте **правила ввода формул**):

1. (1 б.) $s =$

2. (1 б.) $t =$

3. (1 б.) $\vec{OM}(s) =$ $\vec{i} +$

4. (1 б.) $+ \text{} \vec{j}$.

[Завершить тест](#)

за задачи

за коэфф-ты

[Сравнить](#)

Дифф.геометрия : тест 4 (Краев Максим Александрович)

[Начать тест](#) (см. [правила ввода чисел](#))

1. (43 б.) Для линии $\begin{cases} x(t) = 12t^3 + 9t, \\ y(t) = -72t^2, \\ z(t) = 72\sqrt{17}t \end{cases}$ имеем

$$\begin{aligned} \vec{r}'(0) &= \square \vec{i} + \square \vec{j} + \square \sqrt{\square} \vec{k}, & \vec{r}''(0) &= \square \vec{i} + \square \vec{j} + \square \vec{k}, \\ \vec{r}'(1) &= \square \vec{i} + \square \vec{j} + \square \sqrt{\square} \vec{k}, & \vec{r}''(1) &= \square \vec{i} + \square \vec{j} + \square \vec{k}, \\ \vec{r}'(2) &= \square \vec{i} + \square \vec{j} + \square \sqrt{\square} \vec{k}, & \vec{r}''(2) &= \square \vec{i} + \square \vec{j} + \square \vec{k}. \end{aligned}$$

Репер Френе: $\{\vec{\tau}(2), \vec{n}(2), [\vec{\tau}(2), \vec{n}(2)]\} =$
 $= \left\{ \frac{\square \vec{i} + \square \vec{j} + \square \sqrt{\square} \vec{k}}{\square}, \frac{\square \vec{i} + \square \vec{j} + \square \sqrt{\square} \vec{k}}{\square}, \right.$
 $\left. \frac{\square \sqrt{\square} \vec{i} + \square \sqrt{\square} \vec{j} + \square \vec{k}}{\square} \right\}.$

[Завершить тест](#) за задачи за коэффициенты

Дифф.геометрия : тест 8 (Краев Максим Александрович)

[Начать тест](#) Параметризация линии $\begin{cases} -3x - 4y + 2z + 10 = 0, \\ x^2 + y^2 = 6x + 10y \end{cases}$ с помощью

перехода к цилиндрической системе координат: $\begin{cases} x = \rho \cos t, \\ y = \rho \sin t, \\ z = z. \end{cases}$ приводит к следующему результату:

1. (1 б.) $x(t) =$

2. (1 б.) $y(t) =$

3. (1 б.) $z(t) =$

[Завершить тест](#) за задачи за коэффициенты

Раздел 6.

1. Пусть $f: X \rightarrow Y$ – гомотопическая эквивалентность. Докажите, что f индуцирует изоморфизм фундаментальных групп
2. Докажите, что сфера S^n является многообразием.
3. а) Рассмотрим группу из двух преобразований S^n – тождественного и преобразования, переводящего каждую точку в диаметрально противоположную. Докажите, что эти преобразования образуют точную дискретную группу.
 б) Докажите, что пространство орбит этой группы гомеоморфно проективному пространству RP^n

Приложение 4
к рабочей программе

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДЕНЫ
на заседании кафедры
искусства и компьютерной математики

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ

ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

по дисциплине

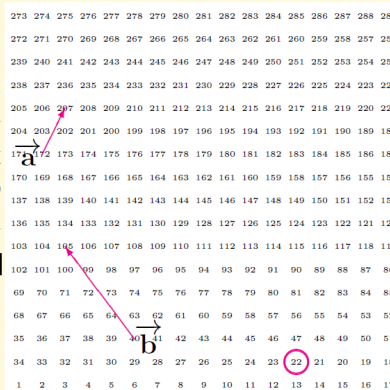
Геометрия и топология

Тест № 1 по теме «Векторная алгебра»
Генерируется индивидуально для каждого студента

Векторная алгебра : тест 3 (Иксов Игрек Зетович)

[Начать тест](#)

1. (3 б.) Если векторы \vec{a} , \vec{b} и $2\vec{a}+2\vec{b}$ **отложить** от точки с номером 22 (обведена кружком), то концы полученных направленных отрезков будут находиться в точках, соответственно, с номерами , и .
- Выполните **необходимое построение**.



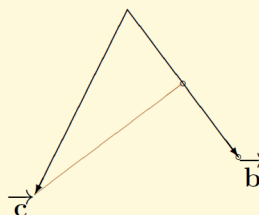
[Завершить тест](#)

за задачи за коэфф-ты

Векторная алгебра : тест 6 (Иксов Игрек Зетович)

[Начать тест](#)

1. (2 б.) Известно, что $|\vec{b}| = 10$ и опущен перпендикуляр из конца \vec{c} на \vec{b} (изображен коричневым цветом). Знаками \square отрезок \vec{b} разделён на равные части. Тогда для **проекции** и **скалярного произведения**
- $\text{пр}_{\vec{b}} \vec{c} = \square$, $(\vec{b}, \vec{c}) = \square$



[Завершить тест](#)

за задачи за коэфф-ты

Векторная алгебра : тест 22 (Иксов Игрек Зетович)

[Начать тест](#)

1. (10 б.) Отметьте номером 1 (в квадратике) все те выражения, которые относятся к **скалярному произведению векторов** \vec{e} , \vec{g} , номером 2 — к **векторному произведению** этих векторов, номером 3 — к **смешанному произведению векторов** \vec{e} , \vec{g} :

$([\vec{e}; \vec{g}]; \vec{g})$; $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ e_x & e_y & e_z \\ g_x & g_y & g_z \end{vmatrix}$; $\begin{vmatrix} e_x & e_y & e_z \\ g_x & g_y & g_z \end{vmatrix}$;
 $\vec{g} \perp \vec{e}, \vec{g} \perp \vec{g}, \dots$; $|\vec{e}| |\vec{g}| \cos \widehat{\vec{e}, \vec{g}}$; $e_x g_x + e_y g_y + e_z g_z$;
 $(\vec{e}; \vec{g})$; $|\vec{e}| |\vec{g}| \sin \widehat{\vec{e}, \vec{g}}, \dots$; $[\vec{e}; \vec{g}]$;

[Завершить тест](#)

за задачи за коэфф-ты

**Контрольная работа № 1 по теме «Аналитическая геометрия»
ВАРИАНТ 01**

1. Вычислить расстояние от точки $P(2,0,1)$ до плоскости, проходящей через три точки $M_1(1,2,0)$, $M_2(-1,1,0)$, $M_3(0,0,1)$
2. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(2,-3,-5)$ и точку пересечения прямой $\frac{x-12}{4}=\frac{y-9}{3}=z-1$ и плоскости $2x-y+7z+6=0$
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $P(1,3,-2)$, параллельно прямым $x=5t+1, y=2t+2, z=-t-1$, $t \in \mathbb{R}$ и $\frac{x-5}{2}=\frac{y-2}{-1}=z+7$.

ВАРИАНТ 02

- 1) Найти уравнение плоскости, проходящей через точки $P_1(0,1,1)$, $P_2(-1,2,0)$ параллельно оси OX . Какой угол составляет эта плоскость с плоскостью $2x - 3y + 3z - 1 = 0$?
- 2) Через точки $M_1(-6,6,-5)$, $M_2(12,-6,1)$ проведена прямая. Определить точку пересечения этой прямой с координатной плоскостью XOY .
- 3) Найти расстояние от точки $Q(-1,2,3)$ до плоскости, содержащей точки $T_1(1,-1,-2)$ и $T_2(3,1,1)$ и перпендикулярно плоскости $x - 2y - 3z - 5 = 0$.

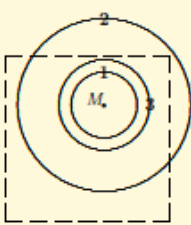
Тест № 2 по теме «Элементы топологии»

Генерируется индивидуально для каждого студента

Топология : тест 1 (Боликов Савелий Сергеевич)

[Начать тест](#)

1. (2 б.) Номера 1,2,3 отмечены границы трёх окрестностей точки M , являющейся **внутренней точкой** изображённого прямоугольника. Отметьте те номера, которыми отмечены границы окрестностей из определения внутренней точки M :



1 2 3

[Завершить тест](#) [Сравнить](#)

за задачи за коэф-ты

Ответы:

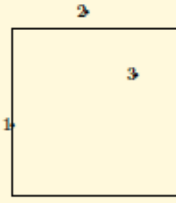
Тест № 3 по теме «Теория выпуклых множеств»
Генерируется индивидуально для каждого студента

Топология : тест 3 (Боликов Савелий Сергеевич)

[Начать тест](#) +

1. (3 б.) Изображены три точки с номерами 1,2,3. Укажите номер точки, которая является для прямоугольника:

а) внутренней ; а) граничной ;
 а) внешней .



[Завершить тест](#) [Сравнить](#)

за задачи за коэф-ты

Ответы:

Домашняя контрольная работа № 1 по теме «Дифференциальная геометрия»
Генерируется индивидуально для каждого студента

Дифф.геометрия : тест 1 (Краев Максим Александрович)

[Начать тест](#) Для линии $\vec{OM}(t) = (1+4t)^{3/2} \vec{i} + (2t^2-8t-9) \vec{j}$ переход к естественной параметризации осуществляется формулами (если при $t = 0$ будет $s = 0$, с ростом t значения s возрастают, при ответе используйте правила ввода формул):

1. (1 б.) $s =$

2. (1 б.) $t =$

3. (1 б.) $\vec{OM}(s) =$ $\vec{i} +$

4. (1 б.) $+$ \vec{j} .

[Завершить тест](#)

за задачи за коэф-ты

Дифф.геометрия : тест 4 (Краев Максим Александрович)

[Начать тест](#) (см. правила ввода чисел)

1. (43 б.) Для линии $\begin{cases} x(t) = 12t^3+9t, \\ y(t) = -72t^2, \\ z(t) = 72\sqrt{17}t \end{cases}$ имеем

$\vec{r}(0) =$ $\vec{i} +$ $\vec{j} +$ $\sqrt{\text{input}}$ \vec{k} , $\vec{r}(0) =$ $\vec{i} +$ $\vec{j} +$ \vec{k} ,
 $\vec{r}(1) =$ $\vec{i} +$ $\vec{j} +$ $\sqrt{\text{input}}$ \vec{k} , $\vec{r}(1) =$ $\vec{i} +$ $\vec{j} +$ \vec{k} ,
 $\vec{r}(2) =$ $\vec{i} +$ $\vec{j} +$ $\sqrt{\text{input}}$ \vec{k} , $\vec{r}(2) =$ $\vec{i} +$ $\vec{j} +$ \vec{k} .

Репер Френе: $\{ \vec{\tau}(2), \vec{n}(2), [\vec{\tau}(2), \vec{n}(2)] \} =$
 $= \left\{ \frac{\text{input}}{\text{input}} \vec{i} + \frac{\text{input}}{\text{input}} \vec{j} + \frac{\text{input}}{\text{input}} \sqrt{\text{input}} \vec{k}, \frac{\text{input}}{\text{input}} \vec{i} + \frac{\text{input}}{\text{input}} \vec{j} + \frac{\text{input}}{\text{input}} \sqrt{\text{input}} \vec{k}, \right.$
 $\left. \frac{\text{input}}{\text{input}} \sqrt{\text{input}} \vec{i} + \frac{\text{input}}{\text{input}} \sqrt{\text{input}} \vec{j} + \frac{\text{input}}{\text{input}} \vec{k} \right\}$.

[Завершить тест](#)

за задачи за коэф-ты

Дифф.геометрия : тест 8 (Кряев Максим Александрович)

Начать тест Параметризация линии $\begin{cases} -3x-4y+2z+10 = 0, \\ x^2 + y^2 = 6x+10y \end{cases}$ с помощью

перехода к цилиндрической системе координат: $\begin{cases} x = \rho \cos t, \\ y = \rho \sin t, \\ z = z. \end{cases}$ приводит к следующему результату:

1. (1 б.) $x(t) =$

2. (1 б.) $y(t) =$

3. (1 б.) $z(t) =$

Завершить тест

за задачи

за коэффици

**Тест №4 по теме «фундаментальная группа топологического пространства»
Генерируется индивидуально для каждого студента**

1. Пусть $f: X \rightarrow Y$ – гомотопическая эквивалентность. Докажите, что f индуцирует изоморфизм фундаментальных групп
2. Докажите, что если $f \sim f'$ и $g \sim g'$, то $fg \sim f'g'$
3. Докажите, что сфера S^n является многообразием.
4. Если X и Y линейно связны, то $\pi_1(X \times Y) \simeq \pi_1(X) \times \pi_1(Y)$
5. а) Рассмотрим группу из двух преобразований S^n – тождественного и преобразования, переводящего каждую точку в диаметрально противоположную. Докажите, что эти преобразования образуют точную дискретную группу.
б) Докажите, что пространство орбит этой группы гомеоморфно проективному пространству RP^n